

降雨量及地下水位之趨勢與變動分析

鄭皆達⁽¹⁾ 楊文川⁽²⁾ 林壯沛⁽²⁾

摘要

本文主旨係應用統計學之時間序列分析方法來探討濁水溪西螺水文觀測站降雨量及地下水位長期趨勢與週期性變動之分析。水文之時間序列分析可分為序率式或定率式；本文由於觀測資料僅有降雨量與地下水位變化，故採用序率式分析。首先建立降雨量及地下水位之水文資料檔，再將此資料檔分別進行季節性分解、頻譜分析、移動平均分析、指數平滑法預測、二元交叉相關函數分析，最後來探討西螺站降雨量與地下水位之長期趨勢、週期性變動及兩者之相關性。研究結果顯示月平均降雨量與地下水位皆有長期下降之趨勢，另外降雨量與地下水位雖無絕對相似的關係，但仍可判定雨量為影響地下水位之升降之前置指標。

(關鍵詞：地下水位、時間序列分析、二元交叉相關函數分析)

Trends and Fluctuations in Rainfall and Groundwater Levels

J. D. Cheng, W. C. Yang and J.P Lin

Professor and Graduate Students respectively, Department of Soil and Water Conservation,

National Chung Hsing University, Taichung, Taiwan 402, R.O.C.

ABSTRACT

This paper investigates the trends and cyclical fluctuations in rainfall and groundwater levels at Cho-Shui River His-Lo hydrologic station with the method of time series analysis of statistics. Hydrologic time series analysis is divided into stochastic approach and deterministic approach. Because the data have only variations of rainfall and groundwater levels, this paper adopted stochastic analysis. Hydrologic data of rainfall and groundwater levels were first filed. The data files were then used in analysing seasonal dissociation, spectra analysis, method of moving average, method of exponential smoothing, cross correlation function analysis respectively. Finally the secular trend, cyclical fluctuation and correlation in rainfall and groundwater levels at His-Lo station were discussed. The results show that both the secular trend of mean monthly rainfall and mean monthly groundwater levels decrease gradually. Besides, though the rainfall and groundwater levels did not have absolute correlation, it's obvious that rainfall is the leading factor, that affects groundwater

(1) 國立中興大學水土保持學系教授

(2) 國立中興大學水土保持學系碩士班研究生

level.

(Keywords : Groundwater level, Time series analysis, Cross correlation function analysis.)

前言

地球上的水共計約有 13.6 億立方公里，淡水只佔了 2.8%，其中河流與湖泊水量共佔地球水量 0.009%，地下水佔 0.61%，其他如土壤水與大氣中的水共佔 0.006%，全部只佔淡水量的 23.6%；其中地下水的儲存量約有 840 萬立方公里，此數相當於河川、湖泊水量之 67.8 倍。地下水是大自然賦予我們人類最珍貴又豐富的資源，不但水質、水溫、水量穩定，而且取用方便、費用低廉，因此早為先民所利用。以台灣地區人口密集程度，在同時符合經濟效益、沒有環保抗爭的水庫又難以求得的情況下，地下水資源的利用更顯重要。

地下水因受氣候、地表補注、地表土地利用情況、地下水流動及地下水抽用的影響，而呈現隨時間變化的現象。在地下水資源開發上，一般都以「安全出水量」來考量、估計地下水可被抽取的量。但地下水文系統係為一動態系統，其可開發的量會隨著時間及其他各種水文單元的影響而變化，因此安全出水量並非一固定不變的量。如圖 1.所示，某地區地下水的抽用量(圖左)，於環境變遷及各水文循環單元變動的影響下(如圖右降雨及入滲減少)，若長期以相同且在過去安全出水量範圍內的方式抽用地下水，仍會逐漸導致地下水位下降、地層下陷、海水入侵、甚至地下水資源枯竭等問題。

本文旨在應用統計學之時間序列分析法探討水文循環因子中降雨量與地下水之長期趨勢與週期性變動及兩者之相關性。國內有關地下水流的研究，多側重為含水層的模擬

，較少應用統計推論或時間序列的方法進行分析。一般而言，水文時間序列(Hydrologic time series)之分析可分為定率式(Deterministic)或序率式(Stochastic)。前者不考慮歷程中變數發生之機率，其歷程完全依照物理上之確定定律，以完整之物理模式構

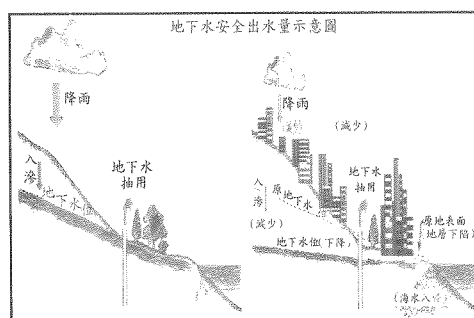


圖 1.地下水安全出水量示意圖
Figure 1. Safe Yield of Groundwater

成水文模式稱為定率式時間序列分析。而序率式則考慮歷程中變數發生的機率或時間上的先後關係，依照不變的定律，以統計的方式由過去觀測的實際資料，歸納其統計特性，尋求適合之水文模式是為序率式時間序列分析。本文鑑於觀測資料僅有降雨量與地下水位變化，故採用序率式分析。

本文選定紀錄較為長期且有鄰近的雨量站(西螺雨量站)之濁水溪西螺地下水位站作為研究對象，以月平均雨量及月平均地下水位作為研究資料，進行分析探討。首先建立降雨量及地下水位之水文資料檔，然後再將此資料檔分別進行季節性分解、譜系分析、移動平均分析、指數平滑法預測、二元交叉

相關函數分析，最後綜合分析結果來探討西螺站降雨量與地下水位之長期趨勢、週期性變動及兩者之相關性。本研究各項統計分析及時間序列分析是使用 SPSS 套裝軟體 Windows8.0 版作為工具程式。

水文站概況

西螺站位於東經 $120^{\circ} 27' 38''$ ，北緯 $23^{\circ} 48' 32''$ (見圖 2.圖 3)，地理位置在濁水溪沖積扇頂區，行政區屬於雲林縣西螺鎮，為水利處第四河川局所管轄，西螺雨量站雨量資料起迄年為 1958~2000 年，標高 30 公尺；而西螺地下水位站水位資料起迄年新站為 1993~2000 年，舊站為 1968.12~1997.2，井頂高約 29.5 公尺，井管深度 44 公尺。

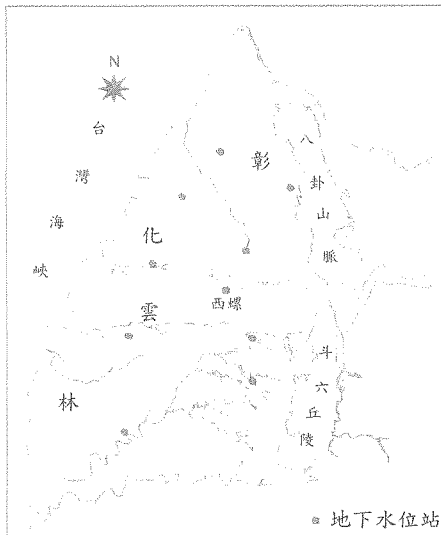


圖 2.地下水位站位置圖

Figure 2. Location Map of Groundwater Level Stations

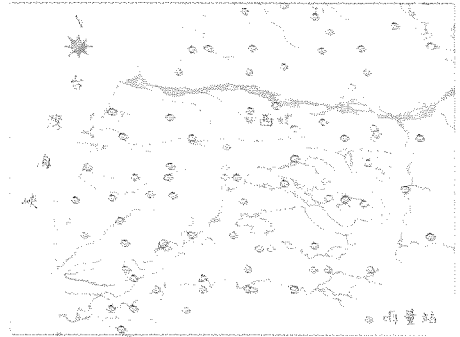


圖 3.雨量站位置圖

Figure 3. Location Map of Rainfall Stations

文獻回顧

一、時間序列分析

本文的研究方法為時間序列分析，故將相關之文獻整理敘述如下。時間序列是依事件或資料發生的先後次序依序排列的一群統計數據。分析時間序列是以時間為自變數，各時點所發生的事件的數值為依變數。時間序列一般表示為：

$$Y_t = f(t)$$

如以圖示表示時間序列時，將時間 t 置於橫軸，縱軸為 Y_t ，並將各觀察值連成一條曲線，稱為時間序列曲線。由此曲線可以看出觀察值隨時間變動的情形。

(一)時間序列的資料的組成 一個時間序列資料是由下面四個份子中的任何一個或全部的份子所組成。

1. 長期趨勢 長期趨勢是時間序列構成的主要成分，表示某一現象在長時間內之一定傾向的變動。這種變動通常是持續而漸進的，緩慢且很有規律性。由於長時間趨勢之趨

勢值的變動具有規律性，故一般皆可用數學方程式表示。若長期的變動趨向可用一直線表示者，則稱為直線長期趨勢，簡稱直線趨勢；若其變動趨向可用一曲線表示者，則稱為曲線長期趨勢，簡稱曲線趨勢。

2. 季節變動 季節變動定義為一年內的時間序列資料依週、月或季呈現規則性的變動，因其週期有一固定的型態，故較易於分析。造成季節變動的原因，有自然因素與人為因素兩種。例如：氣候的寒暖，雨量的多寡及由於這些季節變化對時間序列的影響而產生的變動，皆屬於自然的因素；而人為的因素則包括人類的的生活習慣，假日及節慶或其他制度性的因素。

3. 循環變動 循環變動係指在一定的時間內，一時間序列沿著長期趨勢附近作頗有規則且週而復始的波動。循環變動有點像季節變動，但是它的循環週期較長，通常是超過一年，時間序列的時期也常以年為基本單位。某一現象在長期內可能發生一連串的循環變動，而每一個循環的型態(pattern)相似卻不盡相同，且變動幅度大小不等，循環週期的長短尤其不一致。以上這些循環變動的特性皆與季節變動之為一年的週期及每年變動之固定型態者，有很大的差異。

4. 不規則變動 時間序列資料隨機的變動稱為不規則變動。它是時間序列中將長期趨勢、季節變動及循環變動等成分隔離後，所剩餘的部分，因此可將不規則變動視為一種殘差項的衡量。一般而言，長期趨勢、季節變動及循環變動接受到規則性因素的影響，而只有不規則變動是屬於隨機性的，也由於

它的隨機性，致使不規則變動難以衡量及預測。

(二)時間序列的模型 古典的時間序列分析依據時間序列的四個組成份子的數學關係，可分為兩個模型：相加模型(additive model)及相乘模型(multiple model)。

1. 相加模型 相加模型是假設時間序列資料由四個組成份子相加而成。因此，相加模型表示為：

$$Y_t = T + S + C + I$$

模型中： Y_t 表示 t 期的時間序列值， T ， S ， C ， I 分別表四個組成份子： T 為長期趨勢， S 為季節變動， C 為循環變動， I 為不規則變動。

模型中所有的數值以原始單位表示。若 $S > 0$ 表示季節變動對 Y_t 有正的影響；若 $C < 0$ 表示循環正在衰退；若 $I < 0$ 顯示有些隨機事件對 Y_t 有負的影響。相加模型假設各組成份子彼此獨立互相不影響，這是該模型的最大缺點。在現實世界裡，任一個份子變動有時會影響其他份子的變動，此種模型並不適合。

2. 相乘模型 相乘模型假設時間序列資料的四個組成份子彼此互相影響，而非獨立。因此，模型可表示為：

$$Y_t = T * C * S * I$$

模型中 T 以原始單位表示， S ， C ， I 則以百分比表示。若 S ， C ， I 中任何一個的數值大於1，表示其相對效果高於趨勢值，若小於1，表示其相對效果低於趨勢值。由於季節變動只發生於一年的時間，因此對於年資料沒有影響，故年資料的相乘時間序列模型表示為：

$$Y_t = T * C * I$$

一般而言，相乘模型較合乎時間序列資料的特性，因此相乘模型較為常用。以下研究時間序列分析的四個組成份子時，即是假設它是相乘模型。

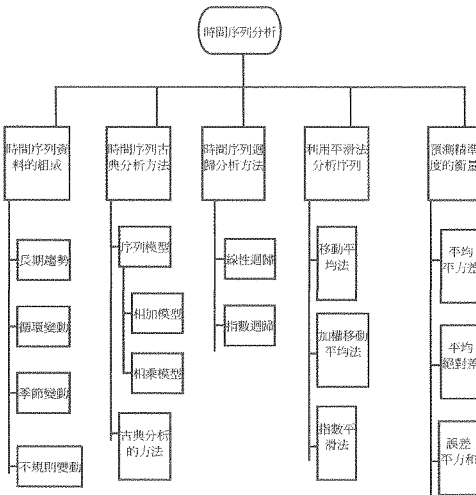


圖 4. 結構圖

Figure 4. Time Series of Structure

二、頻譜分析

一時間序列若其波動具有週期性，則分析其週期可探討可能造成波動的來源，數學之表示則屬時間域(time domain)，反之，頻率域(frequency domain)之分析則表示某種頻率(或週期)波動發生次數(或能量)的多寡。已知頻譜分析法(spectral analysis)可以有效分析週期性波動(Bendat and Piersol, 1991)，而頻譜表示法可以定義出時間域隨機變數經由傅立葉轉換後之頻率域頻譜，由此我們可以探討降雨量和地下水位之變化在頻率域頻譜的關係。

頻譜分析與週期性(rhythm)有關，用來發

掘序列中各種形式的週期行為，甚至可用於非週期性的資料。序列的頻譜分析可用來產生序列之不同的週期或頻率(frequency)的循環來描述此數列，並描繪於週期圖(periodogram)，此圖以每次頻率的循環說明序列變異數的估計。雖然頻譜是以分量循環之頻率或週期來描述，但是在頻率顯示和序列自我相關(autocorrelated)之間有完全的關係，茲將其理論簡介如下：

(一)傅立葉頻率 對於不同長度的循環模式，用不同頻率的正弦和餘弦函數將序列展開。選擇實際的頻率使序列的長度包含每個頻率上的全部循環次數。在數學家發現它們的特性後稱這些為傅立葉頻率(Fourier frequency)。最低的傅立葉頻率有零個循環。此點表示「循環」不是變動的，而是常數。次低的頻率在序列之整個觀察長度期間完成循環，最高的頻率包含的循環次數為觀察數目的一半。頻率是以每個期間的循環來衡量。在趨勢分析中，頻率是以一個觀察值的循環次數來表示，因為每個觀察值即表示一個時間點。如此，頻率永遠是分數，因為單一觀察值是一個循環的一部分。所以最高的傅立葉頻率是 1/2。

(二)自性頻譜分析 頻譜分析法可分為自性頻譜分析(auto-spectrum)和交叉頻譜分析(cross spectrum)，本文僅探討自性頻譜分析並列出關鍵數學式以輔助說明。考慮在時間域穩定(stationary)隨機變數 $x=x(t)$ ，經過複變函數之傅立葉轉換(Fourier transform)產生頻率域之分量為：

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-2\pi f t} dt$$

式中 x 為與時間有關之隨機變數， t 為時間， f 為循環頻率(cyclical frequency，次/時間)， X 為傅立葉轉換後之頻譜分量， i 為 $\sqrt{-1}$ 。

在實際應用上只考慮有限之時間域：

$$X(f, T) = \int_0^T x(t) e^{2\pi f i t} dt$$

式中 T 為有限之時間。由此可知，轉換後之 X 分量將會是 T 的函數，這亦表示若分析之時間序列太短而無法滿足統計的顯著水準，結果將可能不是某種特定之物理現象。

自性頻譜密度函數(auto-spectral density function)定義為：

$$S_{xx} = \frac{1}{T} |X(f, T)|^2$$

式中 S_{xx} 為隨機變數 x 之自性頻譜密度函數。實際上，由上式估算自性頻譜值會產生較大的隨機誤差。若將時序切割 n_d 個次序列，每段長度為 T_s ，則上式改寫為自性頻譜值，可減少隨機誤差，表示為：

$$G_{xx}(f_k) = \frac{2}{n_d N \Delta t} \sum_{i=1}^{n_d} |X_i(f_k)|^2, \\ k=0, 1, 2, 3, \dots, N/2$$

式中 G_{xx} 為隨機變數 x 之自性頻譜值， n_d 為獨立次序列之個數；而傅立葉轉換後的離散頻率為

$$f_k = \frac{k}{T_s} = \frac{k}{N \Delta t}, \\ k=0, 1, 2, 3, \dots, N-1$$

式中 T_s 為獨立次序列之時間長度， k 為時間序列指標， Δt 為時間序列取樣時間間隔， N 為獨立次序列之資料個數。

相關理論與研究方法

一、移動平均法(MA)

移動平均法係以若干期的移動平均數代替原有的時間序列之觀測值，用以表示長期趨勢。移動平均數可為若干期的中位數或幾何平均數，但一般皆採用算數平均數。由於時間序列一般具有循環變動及不規則變動，但經由平均的結果，序列中過大與過小的觀測值可相互補償，致使平均數成一種是中而正常的量數。移動平均之意，是將所分析的時間序列逐期(週、月或年)順序移動，陸續取若干期的觀測值平均之後，得到一連串由平均數所構成的數列，此結果即為所求的趨勢值。

定義 設有一時間序列 $\{Y_t\}$ ， $t=1, 2, \dots, n$ ；先取 $Y_1, Y_2, \dots, Y_k$ 求平均數，次取 $Y_2, Y_3, \dots, Y_{k+1}$ 求平均數，依此類推，直至求完 $Y_{n-k+1}, Y_{n-k+2}, \dots, Y_n$ 的平均數，則這些平均數即構成原時間序列之 k 期移動平均值。

通常時間序列可能含有年資料與月資料，關於此兩種類型的資料在使用移動平均法時會有不同的處理方式。年別資料不包含季節變動，故只須設法消除循環變動及不規則變動，即可求得長期趨勢。而欲消除循環變動，必須觀察原序列中循環變動的週期為若干年，然後以週期的年數作為移動平均的期數，即可求得長期趨勢。至於月別資料的時間序列，則須消除季節變動與循環變動(以及不規則變動)，始可求得長期趨勢。以下將會介紹如何消除季節變動與如何求得循環變動的週期。

二、季節性分解(SEASON)

如已確定季節變動的因素存在，便可著手測定季節變動。測定季節變動的目的一般而言有以下三點：

➤ 分析過去季節變動的型態，用以建立季

節模型；

- 進行短期預測，擬訂短期計畫；
- 消除季節變動的影響，以顯示時間序列的真正循環週期。

至於季節變動的特性則可歸納如下：

- 有規律的波動；
- 每年重複出現；
- 各年之變化幅度約略相同。

基於上述三點特性，我們假設季節變動皆具有期固定的型態(fixed pattern)；也就是說，某種現象所有的季節變動每年同月份都是一樣的，如此我們才可以用季節指數(seasonal index)來表示此固定型態。至於所謂的季節指數是指季節變動以百分比表示者，亦即以所有年份全年之平均為 100%，計算各月的指數，高於 100% 或低於 100%，而產生一年內之起伏變動，並由此可觀察季節規律變化。

此法是根據時間序列之乘法模型的假設，首先計算 12 個月之移動平均值，其觀念是假定此移動平均值可代表時間序列之長期趨勢與循環變動的因素。若欲估計月的季節變動，應將實際觀測值(Y_t)除以 12 個月之移動平均值(T^*C)，如此處理後時間序列所剩餘者，僅含有季節變動(S)及不規則變動(I)之時間序列。以數學式表示如下：

$$\frac{Y_t}{MA_{12}} = \frac{T^*S^*C^*I}{T^*C} = S^*I$$

式中的 S^*I 即為「移動平均比率」，此比率乘以 100 即稱為季節係數。若進一步求此季節係數之平均值，將可使不規則變動之影響極小化，並可得出季節指數。最後以各月

之季節指數除其對應得觀測值，即可消除原時間序列的季節變動。

三、頻譜分析(SPECTRA)

(一)頻譜分析之數值演算程序

1. 已知使用的時間序列 $x(k\Delta t)$ ，長度為 T ，取樣間隔為 Δt ， $k=0,1,2,3,\dots,N-1$ 。
2. 決定獨立次序列之個數 n_d 。
3. 計算有限時間域之傅立葉轉換長度為 $N/n_d=T_s$ 。
4. 計算時間序列 $x(k\Delta t)$ 之離散型之傅立葉轉換 X_i 。
5. 計算自性頻譜值 $G_{xx}(f_k)$ 。
6. 計算離散頻率 f_k 。

(二)頻譜圖的判釋 頻譜分析將原始序列表示為傅立葉頻率上的正弦和餘弦的組合。傅立葉頻率的個數是觀察值數目的一半，而且每個頻率有兩個參數：正弦項和餘弦項的權數。序列的週期圖顯示在每一個傅立葉頻率上的能量(energy)和變動。為了決定此變動，序列中的循環型態，在每一個頻上用正弦和餘弦的加權總和表示。就數學上而言，可知傅立葉頻率上的正弦和餘弦函數組合恰好產生觀察序列，亦證明每一個正弦和餘弦函數可提供正確的權數。週期圖在任何一個頻率上的值皆正比兩種權數(正弦和餘弦)的平方和，可詮釋成該頻率對總能量貢獻的分量，由週期值或頻譜密度值中可找出最大的幾個數值，從這些數值可找出對應的傅立葉頻率，再由頻率求出週期。所有的權數或係數是在完整隻觀察序列的基礎上計算出來的，所以有缺失資料時就不能執行頻譜分析。

四、指數平滑法(EXSMOOTH)

指數平滑法是一種利用過去的時間序列加權平均值以平滑資料，而得到加權的平滑值，然後用此數值以預測下一期的時間序列值。最簡單且常用的指數平滑法為一階指數平滑法(first-order exponential smoothing)其公式如下：

$$F_{t+1} = \alpha Y_t + (1 - \alpha)F_t$$

式中 F_{t+1} 為下一期的預測值， Y_t 為第 t 期的實際觀測值， F_t 為第 t 期的預測值， α 為平滑指數($0 < \alpha < 1$)。 $t+1$ 期的預測值為前一期(t 期)的實際觀測值與預測觀測值的加權平均數，權數分別為 α 與 $(1 - \alpha)$ 。

序列中有一個「記憶體」每一個值會趨向預測值，在時間序列資料中，這種現象非常普遍，稱為正自我相關(positive autocorrelation)。平滑法是解決有自我相關的序列，其目的是除去序列的隨機變動，利用序列中的任何方式來估計新數據。有兩種極端的方法來估計：

1. 不理會序列的歷史期間，預測最近的數據會保持穩定，在正自我相關時，這種方法非常適當，如果時間非常短的話，效果更好。
2. 不理會最近的數據，要以序列的預測值和趨勢或季節變動為準，當期間很長，足以「洗掉」序列相關時，這種方法非常有效。

在某些情況下，必須聯合這兩種方法，用到觀測值的平均數、趨勢和季節變動。但對於最近的觀測值其權數要加大。也就是說，距離預測值越近的觀測值對預測值影響愈大，預測值越遠的觀測值影響愈小。指數平滑法是強調序列的規則性，所以，必須去掉一些隨機變動，如果已確認序列的規則性，

就可著手進行預測分析。首先必須決定分析的模式，進行分析時指數平滑法允許十二種模式，都以二個字母代替趨勢和季節變動，如表 1.所示。然後利用 SPSS 統計分析軟體進行方格尋找以求出平滑指數 α 的最佳值(誤差平方和最小)。最後將 α 值代入指數平滑法公式，即可求出平滑值。

表 1.指數平滑法模式

Table 1. Model of Exponential Smoothing Model

Trend	Seasonal Component		
	None	Additive	Multiplicative
None	NN	NA	NM
Linear	LN	LA	LM
Exponential	EN	EA	EM
Damped	DN	DA	DM

五、二元交叉相關函數分析(CCF)

二時間序列間之關係可以二元交叉相關函數(Cross correlation function, CCF)判定之。在各種落差(Lag)和前導期下，一序列的觀察值與另一序列的觀察值有相關存在。交叉相關通常以圖形表示。交叉相關有助於辨認那一變數是其他變數的前導指示者。若欲計算兩時間序列之交叉相關函數，則須假設該兩個序列為穩定型，因此，首先要對投入與產生數列取 d 次差分後使其轉為平穩型數列(對一趨勢型時間序列，差分是使其期望值穩定的最基本方法)。假設 $\{X_t\}$ 與 $\{Y_t\}$ 為兩組時間序列經取 d 次差分後轉為平穩型，其平均值為 μ_x 、 μ_y ，變異數為 σ_x^2 、 σ_y^2 ，則：

1. $\{X_t\}$ 與 $\{Y_t\}$ 數列相隔 k 個時差之自我變異數

$$\gamma_{xx}(k) = E[(X_t - \mu_x)(X_{t+k} - \mu_x)]$$

$$\begin{aligned} &=E[(X_t-\mu_x)(X_{t-k}-\mu_x)] \\ \gamma_{yy}(k)&=E[(Y_t-\mu_y)(Y_{t+k}-\mu_y)] \\ &=E[(Y_t-\mu_y)(Y_{t-k}-\mu_y)] \end{aligned}$$

2. $\{X_t\}$ 與 $\{Y_t\}$ 數列相隔 k 個時差之交叉變異數

$$\gamma_{xy}(k)=E[(X_t-\mu_x)(Y_{t+k}-\mu_y)],$$

$$k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

3. $\{X_t\}$ 與 $\{Y_t\}$ 數列相隔 k 個時差之交叉相關係數定義為

$$\rho_{xy}(k)=\gamma_{xy}(k)/\sigma_x\sigma_y,$$

$$k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

若 $\{X_t\}$ 與 $\{Y_t\}$ ， $t=1, 2, \dots, n$ 兩組時間序列，其相隔時差為 k ，則其樣本之交叉相關係數為：

$$S\gamma_{xy}(k)=C_{xy}(k)/S_xS_y,$$

$$k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

若兩組時間序列互相獨立，則其交叉相關函數 $\{S\gamma_{xy}(k), k=0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ 之期望值為零，標準誤差為 $1/\sqrt{n}$ 。若 $|S\gamma_{xy}(k)| > 2/\sqrt{n}$ (二倍之標準誤差)，則 $\{X_t\}$ 影響 $\{Y_t\}$ 之相隔時差為 k ，即 $\{X_t\}$ 影響 $\{Y_t\}$ 之稽延時差為 k 。 $\{X_t\}$ 是 $\{Y_t\}$ 的前置指標(leading indicator)。

六、預測精準度的衡量

預測是否精確有許多不同的方法衡量。最常用的衡量指標為平均平方差(mean square error, MSE)，平均絕對差(mean absolute error, MAE)及誤差平方和(sum of square error, SSE)。其公式如下：

$$MSE = \frac{1}{n^0} \sum_{t=1}^{n^0} (Y_t - \hat{Y}_t)^2$$

$$MAE = \frac{1}{n^0} \sum_{t=1}^{n^0} |Y_t - \hat{Y}_t|$$

$$SSE = \sum_{t=1}^{n^0} \left(Y_t - \hat{Y}_t \right)^2$$

其中： Y_t ：真實觀察值， $\hat{Y}_t$ ：預測值， n^0 ：預測的期數。

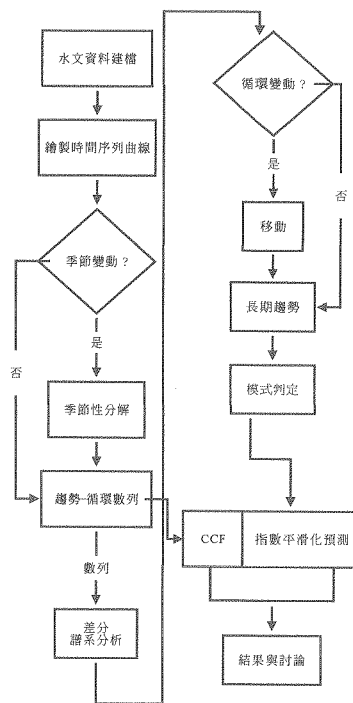


圖 5. 分析流程圖

Figure 5. Flow Chart for Analysis

結果與討論

一、季節變動

討論季節變動的主要目的是為了消除季節變動的影響，以顯示時間序列的真正長期趨勢和循環週期。本研究是以西螺水文觀測站之月資料為之，所以必須進行季節性分解，取 1969 年月平均地下水位為例，其分析結

果如表 2. 所示。季節性分解將時間序列分解為季節指數，季節性調整數列，趨勢-循環數列，不規則變動係數。由表一可知道季節性調整數列為趨勢-循環數列及不規則變動係數的乘積，所以趨勢-循環數列已消除季節變動及不規則變動，僅包含長期趨勢及循環變動的成分，故此數列為季節性分解最主要的結果，為本研究將進一步分析的部分。另外，由季節指數可看出地下水在歷年中十二個月的變化情況，在六月時是季節變動影響地下水位的高峰。

表 2. 季節性分解

Table 2. Seasonal Decomposition

DATE	月平均 地下水位(m)	Seasonal Index (* 100)	Seasonally adjusted series	trend- cycle series	Irregular component
Jan-69	28.34	99.205	28.567	28.52	1.002
Feb-69	28.17	99.128	28.418	28.483	0.998
Mar-69	28.28	99.354	28.464	28.427	1.001
Apr-69	28.14	99.597	28.254	28.368	0.996
May-69	28.62	100.285	28.539	28.394	1.005
Jun-69	28.47	101.207	28.13	28.379	0.991
Jul-69	28.91	100.727	28.701	28.458	1.009
Aug-69	28.59	101.087	28.283	28.478	0.993
Sep-69	28.8	100.514	28.653	28.594	1.002
Oct-69	28.57	99.824	28.62	28.643	0.999
Nov-69	28.8	99.725	28.879	28.669	1.007
Dec-69	28.39	99.347	28.577	28.561	1.001

二、循環變動

將趨勢-循環數列差分後，即可進行頻譜分析，分析降雨量和地下水位是否具有循環性和其循環週期。圖 6. 和圖 7. 分別為歷年月平均雨量及歷年月平均地下水位之趨勢-循環數列進行譜系分析後的結果(週期圖)。由圖中可看出兩數列都具有循環特性，皆在頻率 0.0357 具有最大的能量和變動。因分析資料

為月資料，故最可能的週期為 $1/0.0357 \approx 28$ (月)。由循環變動的特性可知在一系列的循環變動中，每一個循環的型態相似卻不盡相同，且變動幅度大小不等，循環週期的長短尤其不一致，而二十八個月其實是時間序列歷程中最佳的循環週期。McInturff 和 Miller 於 1972 年指出大氣平流層擾動有 2~3 年的週期(準兩年振盪，QBO)；而彭立(1967)，魏元恆(1975)，劉衍淮(1979)，程萬里(1994)亦證明台灣地區降雨量受此週期的影響。故本文選定歷年月平均雨量及歷年月平均地下水位的循環週期為二十八個月作為移動平均過程的期數以求得長期趨勢。

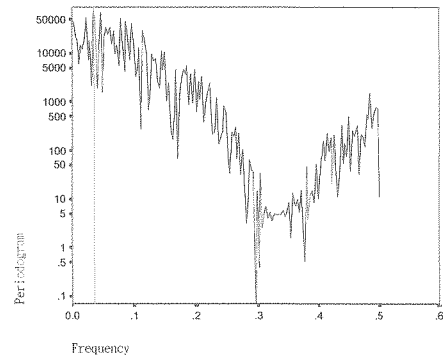


圖 6. 月平均雨量週期圖

Figure 6. Periodogram of Mean Monthly Rainfall

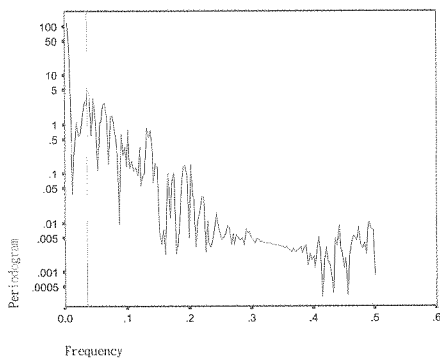


圖 7. 月平均地下水位週期圖
Figure 7. Periodogram of Mean Monthly Groundwater Level

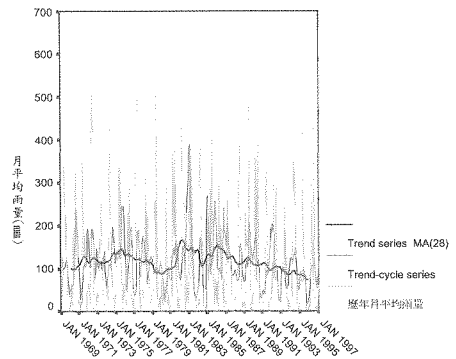


圖 8. 月平均雨量時間序列圖
Figure 8. Time Series Chart of Mean Monthly Rainfall

三、長期趨勢

將趨勢-循環數列經二十八個月移動平均後，可得僅含長期趨勢成分的數列。圖 8. 和圖 9. 分別為歷年月平均雨量及歷年月平均地下水位之時間序列圖(黑線代表 28 個月移動平均趨勢；紅線代表趨勢-循環數列；綠線代表原來之時間序列)。由長期趨勢線約略可看出雨量和地下水位皆有長期下降的趨勢。將其趨勢線分別進行迴歸分析，以線性迴歸較符合長期趨勢(直線長期趨勢)，其線性迴歸式以 $y=a+bx$ 表示，若 $b=0$ 表示無長期趨勢， $b>0$ 表示有增加之長期趨勢， $b<0$ 表示有遞減之長期趨勢。西螺站的月平均雨量及月平均地下水位之長期趨勢及線性迴歸趨勢如圖 10. 和圖 11. 所示。由圖 10. 和圖 11. 可知西螺站之月平均雨量及月平均地下水位皆呈現長期緩慢下降的趨勢。兩者長期趨勢的現象應有其相關性，將以二元交叉相關函數分析(CCF)討論之。

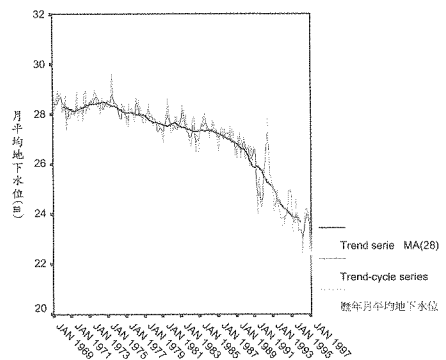


圖 9. 月平均地下水位時間序列圖
Figure 9. Time Series Chart of Mean Monthly Groundwater Level

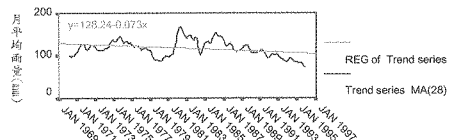


圖 10. 月平均雨量趨勢圖
Figure 10. Trend Chart of Mean Monthly Rainfall

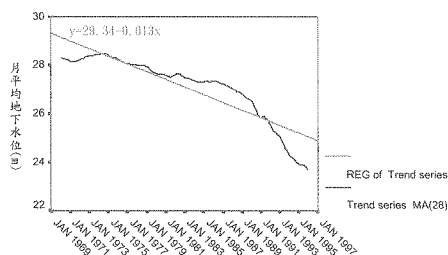


圖 11. 月平均地下水位趨勢圖

Figure 11. Trend Chart of Mean Monthly Groundwater Level

四、指數平滑法模式的建立與預測分析

迴歸分析結果顯示歷年月平均雨量及月平均地下水位較符合線性趨勢(下降)，而本研究是以月資料為之所以具有季節變動的成分，所以，由表 1 可知指數平滑法模式為 LM。由 MODEL=LM 求指數平滑，以方格尋找求出平滑指數 α 的最佳值。結果如表 3.和表 4.所示，可知 α 的最適值分別為 0 (降雨量) 和 0.7 (地下水位)。 $\alpha=0$ 為一個極端值，舊的觀測值與最近的觀測值權數相同；表示預測值以長期趨勢或季節性變動為準，但是誤差平方和較大，其預測精準度較低。 $\alpha=0.7$ ，算是相當的大，表示序列的預測值非常理想，最佳的預測值是最近值，早期的值在預測過程中並不重要；當最近的觀測值的權數大於以前的觀測值，那麼這個月的地下水位可能與上個月的差不多，這和地下水的特性相當符合。

歷年月平均雨量 and 月平均地下水位之實際觀測值與預測值的比較如圖 12.和圖 13.所示，綠線代表原始序列，紅線代表預測序列。圖 12.可觀察出序列的預測值以長期趨勢和季節變動(已經過季節性調整)為準，預測時以序列的歷史期間為主，大都靠近中央(只預測平均數)並對資料的變動不能迅速反應；其預

測值較不具彈性，短期預測的能力較差，而較適合做長期的趨勢的研究。圖 13. 可觀察出兩條線非常接近，預測序列的圖形有點在原始序列的右邊，這是因為指數平滑法以最近的資料做預測；其預測值較具彈性，適合做短期預測。

表 3. 月平均雨量的指數平滑

Table 3. Exponential Smoothing of Mean Monthly Rainfall

MODEL= LM	
Period= 12	
Initial values: 128.24	
Trend: -.073	
The 10 smallest SSE's are:	
Alpha	SSE
.0000000	3273863.9045
.1000000	3813355.4581
.2000000	4316812.0210
.3000000	4683557.7084
.4000000	4982804.7323
.5000000	5279698.2579
.6000000	5611837.6741
.7000000	6005527.8703
.8000000	6487362.2251
.9000000	7091601.0929

表 4. 月平均地下水位的指數平滑

Table 4. Exponential Smoothing of Mean Monthly Groundwater Level

MODEL= LM	
Period= 12	
Initial values: 29.34	
Trend: -.013	
The 10 smallest SSE's are:	
Alpha	SSE
.7000000	58.52131
.6000000	58.74657
.8000000	59.25282
.5000000	60.03491
.9000000	60.94946
.4000000	62.63326
1.000000	63.72667
.3000000	66.96556
.2000000	73.74152
.1000000	86.07616

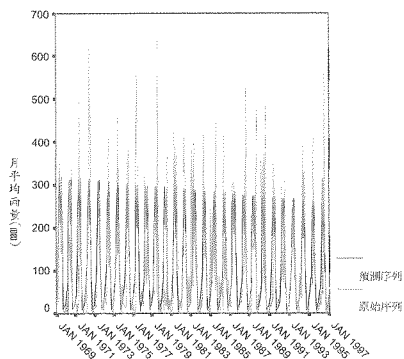


圖 12. 月平均雨量指數平滑預測
Figure 12. Exponential Smoothing Forecast of Mean Monthly Rainfall

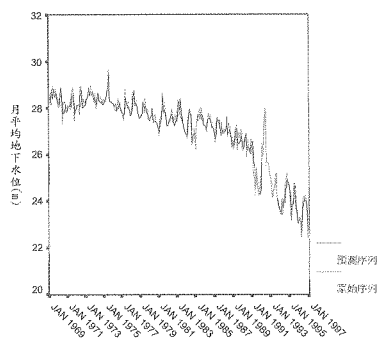


圖 13. 月平均地下水位指數平滑預測
Figure 13. Exponential Smoothing Forecast of Mean Monthly Groundwater Level

五、降雨量與地下水位之關係

影響地下水位升降包含許多因素，在此僅探討降雨量和地下水位的關係。由以上結果已顯示西螺站的降雨量與地下水位皆呈現長期下降的趨勢，進一步再以二元交叉相關分析法探討兩者間之關係。由於分析的序列須為平穩型，故選其趨勢-循環數列一次差分(或對原數列一次差分再作季節性差分)，再作二元交叉相關分析。圖 14. 為兩時間序列經二元交叉相關分析後的結果，月平均降雨量為第一數列 $\{X_t\}$ ，月平均地下水位為第二數列

$\{Y_t\}$ 。由圖可知降雨量和地下水位在時間上的正相關性。分別在落差 0, 1, 2, 3 期超過信賴區間(交叉相關係數大於兩倍的標準誤差)。CCF 值再落差 0 期時不大，可見兩時間序列並無顯著的同步相關。在落差 1, 2 期時，有較大的 CCF 值為最佳的前置時間。可見兩時間序列中， X_t 與 Y_{t+k} ， $k=1,2$ ，有較類似的平均值。當 X 值變大時， Y 值經時間 1, 2 期後也會跟著變大。換句話說，降雨量是地下水位的前置指標，表示降雨量需稽延一至二個月才會影響到地下水位。

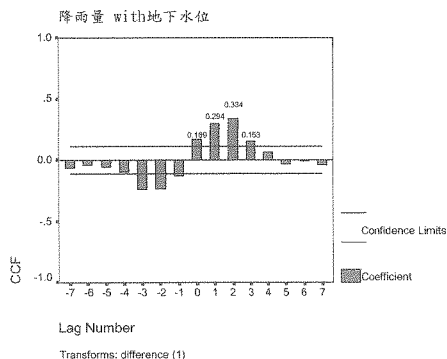


圖 14. 降雨量與地下水位交叉相關函數圖
Figure 14. Cross Correlation Function of Rainfall and Groundwater Level

結論

一、降雨量與地下水位的循環週期

西螺站歷年月平均雨量及月平均地下水位之週期性經頻譜分析顯示，兩者可能的週期皆為 28 個月，受到大氣平流層擾動的影響。由於頻譜分析通常用於數百筆觀察值，而本研究採用 1969 年 1 月至 1997 年 2 月長期的紀錄作分析，資料數為 338 筆，符合其要求。故 28 個月循環週期的顯著性與正確性頗高，可應用於未來短期西螺站的趨勢分析。

二、降雨量與地下水位的長期趨勢

西螺站歷年月平均雨量及月平均地下水位之長期趨勢經季節性分解、移動平均及線性迴歸分析顯示，兩者皆呈現遞減的長期趨勢。因地下水文是為一動態系統，由圖 1. 可之降雨減少間接也影響地下水位，若以過去相同的安全出水量考量地下水可抽取量，即使有良好的土地利用仍會造成地下水資源的問題。故對於「安全出水量」應隨著各水文循環的變動或環境變遷作定期的評估檢討。

三、降雨量與地下水位的相關性

西螺站歷年月平均雨量及月平均地下水位之相關性經二元交叉相關函數分析顯示，雖然二時間序列經數列差分已除去長期趨勢為遞減的影響，但仍有時間上的相關。降雨量與地下水位雖無絕對相似的關係(其 CCF 值最大為 0.334)，但仍可判定雨量為影響地下水位之升降之前置指標；降雨量需稽延一至二個月才會影響到地下水位。稽延時差的長短可能和地表土地利用或土壤入滲能力有關。故在評估地下水位的升降時，往往由於同時期降雨量的影響並不顯著，僅考慮土地利用的情形而忽視降雨量在歷史時期的影響性，可能會有錯誤的結果。

四、指數平滑法模式的確定

本文介紹指數平滑法，目的是在闡述其應用之適用性。指數平滑法不是基於對資料的理論上了解，它一次預測一點，只要有新資料加進來，就調整預測值，指數平滑法模式設立好是非常有用的，特別在：一次只要預測一期；重複並規律地預測數期。一旦決定序列的最佳參數，指數平滑法的計算就很容易，但必須經常做方格尋找，找出最好的參數，此計算就比較繁重。兩時間序列指數平滑法模式的建立，經分析結果研判皆以 LM 較為適當，且月平均地下水位預測的精確度頗高，平滑指數為 0.7 也非常理想，相當適合做短期預測評估。

五、建議

本研究主要在探討濁水溪西螺水文觀測站降雨量及地下水位長期趨勢與週期性變動，站址位於雲林縣。雲林縣是全台地層下陷最嚴重和沉陷面積最大的地區，未來應增加數站再進行研究，以增加研究的正確性。

參考文獻

- 1、王如意, 易任 (1979), 「應用水文學(下冊)」, 國立編譯館。
- 2、林惠玲, 陳正倉 (1996), 「統計學-方法與應用(下冊)」, 雙葉書廊有限公司。
- 3、林茂文 (1992), 「時間數列分析與預測」, 華泰書局。
- 4、吳柏林 (1995), 「時間數列分析導讀」, 華泰書局。
- 5、吳明隆 (2000), 「SPSS 8.0 統計應用實務」, 松崗書局。
- 6、施清芳 (1996), 「水文時間序列之頻譜分析」, 核研季刊第十八期, pp.97~104。
- 7、程萬里, 蕭令宜 (1995), 「台灣地區氣候環境之變化趨勢」, 東海學報第三十六卷第二期, pp.29~54。
- 8、蘇苗彬, 陳旺志 (1996), 「台北市山坡地降雨量及地下水位之時間序列分析」, 中華水土保持學報第二十七卷第二期, pp.127~133。
- 9、James,D.H (1994), "Time Series Analysis",Princeton.
- 10、Julius,S.B (2000), "Random data:analysis and measurement procedures",Wiley , New York.
- 11、Robert,L.B. (1982), "Moving Averages and Cyclic Patterns", Journal of

水土保持學報 33(4)：255-270 (2001)

Journal of Soil and Water Conservation, 33(4): 255-270 (2001)

Hydrology, Vol. 21, No. 2,

pp.148~151.

90 年 9 月 2 日收稿

90 年 10 月 10 日修改

90 年 10 月 22 日接受