

海岸地區時變性降雨對地下含水層的水位變化

黃靖倫⁽¹⁾ 謝平城⁽²⁾

摘 要

海岸地區的地下含水層經常受到潮汐升降的影響，而產生向內陸波傳的現象和地下水水位的變化。除此之外，若是遇到降雨，則更會改變原有的地下水水位，二種影響因子的關係如何？孰重孰輕？是本研究進行探討此課題的首要目的。文中首先將 Boussinesq 方程式線性化建立控制方程式並配合邊界條件後，再以解析方式考量受到潮汐和時變性降雨二因子影響的地下水水位波動情形。

研究中從 Dupuit-Forchheimer 假設出發，將海岸地區設為受潮汐與降雨效應共同作用區，再以廣義積分轉換法推導解析解，並另以含水層底部傾角改變之地文因子深入探討和分析，以期充分明瞭海岸地區地下水水位波動之變化。本研究成果在於以新解析方法探討地下水位於海岸和內陸間的地下水位關係，為半無窮域解析類型，並加入時變性降雨配合各種土壤遭到降雨時地下水位的增加量。

(**關鍵詞**：地下水水位、潮汐波動、傾斜含水層)

Change of groundwater table in coastal area under the time-variant rainfall

Jing-lun Huang⁽¹⁾ Ping-Cheng Hsieh⁽²⁾

Graduate Student⁽¹⁾, Professor⁽²⁾ Department of Soil and Water Conservation, National Chung-Hsing University, Taiwan

ABSTRACT

Coastal aquifers are frequently affected by tidal movements which produce inland wave propagation phenomena and vary ground water level. In addition, rainfall will change the original groundwater table even more. What is the relationship between these two impact factors? Which one has more influence than the other? This is the primary purpose to be discussed in this study. First, we linearize the Boussinesq equation and build the governing equation with the corresponding boundary

(1)國立中興大學水土保持學系 碩士生

(2)國立中興大學水土保持學系 教授 (通訊作者 e-mail: pchsieh@dragon.nchu.edu.tw)

conditions. Secondly, the fluctuation of groundwater level due to the tidal waves and time variability rainfall is solved by an analytical approach.

The solution is based on the Dupuit-Forchheimer assumptions, and separated into tidal waves part and rainfall part. The latter is analyzed by the method of generalized integral transform technique. Moreover, the bottom slope of the aquifer is also taken into account to fully understand the variation of groundwater table in coastal aquifer. This research is to explore a new analytical approach to simulate groundwater table near coastal areas, which is of the semi-infinite domain type, and under the time-variant rainfall events for different soils.

(Keywords : groundwater level, tidal wave, sloping aquifer)

前言

1-1 研究背景

台灣為歐亞大陸板塊以及太平洋板塊之間，屬於海島型國家並位於亞熱帶地區形成季風型氣候伴隨著豐沛的降雨。根據氣象局資料台灣年平均降雨量超過兩千五百公厘高於世界各地平均值三倍，但降雨多集中於7、8月的颱風帶來的雨量，且台灣山脈高聳平均一千公尺以上的山脈占全島面積達三分之一，形成河川水流流速急、雖降雨強度大、但降雨延時短，形成了淡水不易留存的現象，大部分都流入海洋，以致於台灣成為世界排名第十八名的缺水地區，於是地下水的利用和開發新的水源更為重要。

因應台灣山高水急、河流短促的現象，於各個河川中設置水庫和水壩，寄以在7、8月的豐沛降水期間能夠將降雨保留以提供旱季時各個企業以及民生用水和農業灌溉使用。但由於颱風帶來的強降雨、頻繁的地震以及山脈植生遭到破壞，導致台灣土質鬆軟不穩定，土石流、洪水與山崩使得水庫的使用年限往往因而大幅縮減。如此一來，淡水的來

源將會越來越少，以致於地下水的使用量越來越大，但毫無限制的濫用地下水已造成台灣西岸的地層下陷、海水倒灌形成土壤鹽鹼化，使得部分土壤受到汙染而無法再被農業所使用。

1-2 研究動機與目的

地下水取得方便、分佈廣泛、水質穩定，因此許多農、漁業便大量使用地下水做為養殖的來源。因為過度抽取使用導致地下水補注量來不及補充地下水層形成水位下降，而帶來地層下陷、海水倒灌的災害，不僅影響到農業用地，也產生低窪地區居民因房屋陷落至地層而無法居住的問題，故研究地下水資源管理措施特別重要。

目前地下水水位資料大多以中央氣象局以及觀測井的測量取得，但儀器昂貴在偏遠地方無法設置。影響海岸含水層地下水水位波動的因素除了潮汐之外，更大一部分是來自於降雨的影響。因此本研究以預測降雨之時變性並配合潮汐影響地下水的關係，提供地下水於海岸邊坡的位置，希望能更瞭解並提供水資源的使用參考。

在台灣沿海地區由於季風型氣候，颱風與梅雨經常使得鄰近海域有降雨的發生，滯留鋒的雨量在台灣帶來豐沛的雨水，進而入滲到地下水水位，假如地下水水位的增加量可以取得並儲蓄起來，在旱季來臨的時候使用，相信可以稍微減緩日益淤積的水庫的缺水危機，因此掌握地下位時變性的變化特別重要。

文獻回顧

關於地下水水位的研究因實驗在現地架設儀器的昂貴與困難性較高，無法全然對於地下含水層的真实情況進行觀測並應用。目前主要以數值方法與解析解，有關於一維分析的研究 Parlange et al. (1984)引用 Dagan (1967)理論，探討地下水水位受潮汐波動影響在時間與空間的關係，將研究結果與數值模式和實驗室結果驗證得到良好的效果，但其探討的海岸邊坡為垂直型，現地情況大部分海岸邊坡都不是垂直型態。Nielsen (1990)擴大探討的範疇，針對含水層邊坡角度做修正與探討，提出固定邊界法，導出傾斜含水層邊坡角度之二階非解析解，但在海岸地下含水層與海洋交界處的邊界條件並不符合真實情況，且誤差隨著邊坡愈小而愈大。然而 Li et al. (2000)提出邊坡上潮汐起伏映射在水平面上之移動邊界法亦在邊坡角度維 90 度時形成二階微分項消失的結果。

在解析解的推導結果可與數值解相互進行驗證與修正，Zissis et al. (2000)和 Bansal & Das (2010)提出河川的流量與水位抬升會造成地下水水位的影響，利用將非線性 Boussinesq 方程式線性化的方法進行求解。研

究結果指出當條件完全相同且無降雨量時，線性解與非線性解所得的結果幾乎吻合，而當傾斜角較緩及降雨量較大的情況，其數據差異則較大，但仍在可接受範圍。Asadi-Aghbolaghi et al. (2012)針對滲漏含水層(leaky aquifer)的傾角，討論地下水水位波動與時變性的影響。Li et al. (2001)利用線性 Boussinesq 方程式進行探討非拘限含水層之地下水水位，於垂直流模型滲漏受壓含水層中，在一定條件下含水層裡忽視垂直水力傳導係數為合理的，因海岸土層並不直接受到潮汐影響。

另外海岸的地下水水位變化亦會受到海浪潮汐的影響。Sun (1997) 提出在半無窮域含水層地下水流方程式於二維水深平均擺動的解析解，並使用數值解進行波動分析的驗證。Parlange et al. (1984)使用地下土層具有多孔介質的特性研究地下含水層，並應用 Dagan (1967)提出孔隙介質內具有自由表面流體的非現行求解，並進行到二階微分項。Nielsen et al. (1990)研究非拘限含水層，研究指出海岸邊坡傾角會影響地下水水位波動。Teo (2003)使用微擾法的高階求解 Nielsen et al. (1997)研究結果，得到更符合實際的結果，並進行海岸邊坡的垂直壁與傾斜壁的比較，得到地下水水位會隨著角度越小而越高。Chapman (1980)發現當不透水底床傾斜角度小於 30 度時，符合 Dupuit 假設，故引用其修正型一維 Boussinesq's 方程式使用，該方程式以達西定律為基礎且針對傾斜底床進行討論。蕭(2013)使用微擾法求解非線性控制方程式，在非拘限含水層情況下考量不透水傾斜底床與海岸邊坡傾角同時影響地下水水位波動的研究。徐(2013)分析潮汐對非拘限含水層於各個水

底床傾角與海岸邊坡傾角在降雨的空間變化情況下的地下水水位變化。將沿海地區設為降雨區、內陸地區設為非降雨區，提出於交界處設立 Neumann 邊界條件，並於非降雨區解析解進行 $e^{-p(X-1)}$ 的修正，引用 Sun(1997)和 Jiao and Tang(1999)的研究，藉由潮汐振幅進入含水層後，會逐漸消能，直到無限遠處將完全無振幅波動的物理現象。

本文則是討論降雨時變性於各個降雨強度和線性降雨模式下，將原控制方程式探討潮汐與降雨影響地下水水位轉變為討論地下水水位增加量。參考田(2013)以廣義積分轉換法處理空間微分項，得到潮汐變化與時變性降雨效應對地下水水位增加量於不同空間與時間下的影響。

理論應用

本研究探討海岸邊地下水於非拘限含水層內的水位變化。一般探討地下水水位大部分使用 Boussinesq's 方程式，但由於以往的 Boussinesq's 方程式大多不考量底床的傾斜情況且降雨也會影響到地下水水位，因此由 Chapman (1980)的研究知悉當不透水底床傾斜角度小於 30 度時，符合 Dupuit (1863)的假設，故引用徐(2013)論文中之控制方程式，將降雨效應更動為時變性，再予以探討地下水水位的變化。

3-1 水流控制方程式建立

由於潮汐振福和降雨效應對地下水含水層水位的變化複雜，且不同土壤層中水力傳導度和比出水量亦會造成影響，故本文在計算中須先假設：

- 1.沿海含水層為非拘限
- 2.土層組織為均質且具等向性
- 3.土壤顆粒為不可壓縮

將陸地與海的交界處設為起始點並深入探討各個位置的地下水水位隨著時變性降雨和潮汐的變化，圖 1 中 h_z 為平均水位[L]， h 為實際水位[L]， Δh 為地下水水位變化量 $(=h-h_z)$ [L]， θ 為不透水底床傾角[-]， ℓ 為降雨區域之範圍[L]。

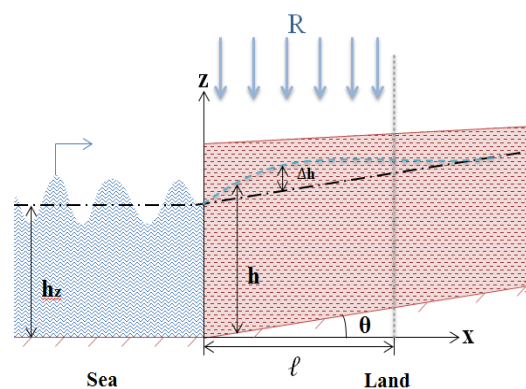


圖 1 研究示意圖

Figure 1. Schematic diagram.

3-2 數學式建立

本文研究地下水水位之變化量，所以採用 Chapman (1980)改寫的一維 Boussinesq's 方程式為控制方程式：

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \tan \theta \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{S}{K \cos^2 \theta} \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{R}{K \cos^2 \theta} \quad (1)$$

其中， S 為比出水量[-]， K 為水力傳導係數[L/T]， R 為降雨強度[L/T]， θ 為傾角[-]。 L 為長度因次， T 為時間因次。此方程式的 h 為地下水水位，令 $\Delta h=h-h_z$ 代入(1)式將其轉換成

$$\Delta h \frac{\partial^2 \Delta h}{\partial x^2} + h_z \frac{\partial^2 \Delta h}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial \Delta h}{\partial x} \right)^2 + \tan \theta \frac{\partial \Delta h}{\partial x} = \frac{S}{K \cos^2 \theta} \frac{\partial \Delta h}{\partial t} - \frac{R}{K \cos^2 \theta} \quad (2)$$

3-3 控制方程式線性化

在此引用 Brutsaert (1994)和 Zissis et al. (2000)線性化的方法，將 h 水位以 ϵh_z 取代非線性 Boussinesq's 方程式中的非線性項，但因 (2) 式為地下水水位變化量，因此將非線性項 Δh 以 $(\epsilon-1)h_z$ 代入，其中 ϵ 為校準參數，範圍值為 $0 < \epsilon \leq 1$ 。則(2)式經過計算得：

$$\epsilon h_z \frac{\partial^2 \Delta h}{\partial x^2} + \tan \theta \frac{\partial \Delta h}{\partial x} = \frac{S}{K \cos^2 \theta} \frac{\partial \Delta h}{\partial t} - \frac{R}{K \cos^2 \theta} \quad (3)$$

3-4 控制方程式無因次化

令 $X = \frac{x}{\ell}$ ， $H = \frac{\Delta h}{h_z}$ ， $T = \omega t$ ， $A = \frac{a}{h_z}$ ， $\ell = \sqrt{\frac{2Kh_z}{S\omega}}$ ，其中 ℓ 定義為衰減長度(decay length)，設為降雨區的範圍。將(3)式整理成

$$\frac{\partial^2 H}{\partial X^2} + \tan \theta \frac{\ell}{\epsilon h_z} \frac{\partial H}{\partial X} = \frac{S\omega \ell^2}{\epsilon h_z K \cos^2 \theta} \frac{\partial H}{\partial T} - \frac{R \ell^2}{\epsilon K h_z^2 \cos^2 \theta} \quad (4)$$

$$\text{再令 } \alpha = \tan \theta \frac{\ell}{\epsilon h_z}，\tau = \frac{S\omega \ell^2}{\epsilon h_z K \cos^2 \theta}，R' = \frac{R \ell^2}{\epsilon K h_z^2 \cos^2 \theta}$$

可將(4)式簡化為：

$$\frac{\partial^2 H}{\partial X^2} + \alpha \frac{\partial H}{\partial X} = \tau \frac{\partial H}{\partial T} - R' \quad (5)$$

並按照圖 1 所示，將(5)式表示為：

$$\frac{\partial^2 H}{\partial X^2} + \alpha \frac{\partial H}{\partial X} = \tau \frac{\partial H}{\partial T} - R'(T)[U(X) - U(X - 1)] \quad 0 < X \leq \infty, T > 0 \quad (6)$$

其中 $U(X)$ 為單位階梯函數(Unit step function or Heaviside function)。

3-5 分離潮汐與降雨效應的影響

由於計算需要，將控制方程式 H 分為 H_w (潮汐)和 H_R (降雨)效應再分別進行求解

潮汐波動控制方程式：

$$\frac{\partial^2 H_w}{\partial X^2} + \alpha \frac{\partial H_w}{\partial X} = \tau \frac{\partial H_w}{\partial T}, 0 < X \leq \infty, T > 0 \quad (7)$$

邊界條件

$$H_w(X=0, T) = A \cos T, T > 0 \quad (8)$$

$$H_w(\infty, T) \rightarrow 0, T > 0 \quad (9)$$

降雨效應控制方程式：

$$\frac{\partial^2 H_R}{\partial X^2} + \alpha \frac{\partial H_R}{\partial X} = \tau \frac{\partial H_R}{\partial T} - R'[U(X) - U(X - 1)], \quad 0 < X \leq \infty, T > 0 \quad (10)$$

邊界條件

$$H_R(X=0, T) = 0, T > 0 \quad (11)$$

$$H_R(X \rightarrow \infty, T) \rightarrow 0, T > 0 \quad (12)$$

初始條件

$$H_R(X, T=0) = 0, \quad (13)$$

3-6 解析解

3-6-1 潮汐效應控制方程式之解：

參考 Li (2002)的研究將方程式以分離變數法令：

$$H_w(X, T) = A e^{a'x} e^{iT} \quad (14)$$

$$a' = -p + iq \quad (15)$$

代入(7)式運算得到結果為

$$H_w(X, T) = A e^{-pX} \cos(qX + T) \quad (16)$$

其中

$$p = \frac{a}{2} + \frac{1}{4} \sqrt{2a^2 + 2\sqrt{a^4 + 16\tau^2}} \quad (17)$$

$$q = \frac{-2\tau}{\sqrt{2a^2 + 2\sqrt{a^4 + 16\tau^2}}} \quad (18)$$

3-6-2 降雨效應控制方程式之解：

降雨效應部分採用廣義積分轉換法計算，首先配合廣義積分轉換運用需先變換原控制方程式令

$$H_R(X, T) = e^{-\frac{a}{2}(X + \frac{a}{2\tau}T)} H_V(X, T) \quad (19)$$

代入(10)式得

$$\frac{\partial^2 H_V}{\partial X^2} = \tau \frac{\partial H_V}{\partial T} - e^{\frac{a}{2}(X + \frac{a}{2\tau}T)} R' [U(X) - U(X - 1)] \quad (20)$$

將(20)式進行廣義積分轉換，而積分轉換公式為

$$H_F(\lambda, T) = \int_{X'=0}^{\infty} K(\lambda, X') H_V(X', T) dX' \quad (21)$$

積分逆轉換公式為

$$H_V(X, T) = \int_{\lambda=0}^{\infty} K(\lambda, X) H_F(\lambda, T) d\lambda \quad (22)$$

$$\text{式中，} K(\lambda, X) \equiv \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sin \lambda X \quad (23)$$

得方程式

$$\frac{\partial H_F(\lambda, T)}{\partial T} + \frac{\lambda^2}{\tau} H_F(\lambda, T) = \frac{1}{\tau} \phi_R(\lambda, T) \quad (24)$$

式中，

$$\phi_R(\lambda, T) \equiv \int_{X'=0}^{\infty} \left\{ K(\lambda, X') e^{\frac{a}{2}(X' + \frac{a}{2\tau}T)} R' \right\} dX' \quad (25)$$

解得方程式為

$$H_R(X, T) = e^{-\frac{a}{2}(X + \frac{a}{2\tau}T)} \int_{\beta=0}^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sin \lambda X e^{-\frac{\lambda^2}{\tau}T} \int_{\Gamma=0}^T \frac{1}{\tau} e^{\frac{\lambda^2}{\tau}\Gamma} \cdot$$

$$\int_{X'=0}^{\infty} \left\{ \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sin \lambda X' e^{\frac{a}{2}(X' + \frac{a}{2\tau}\Gamma)} \right\} dX' d\Gamma d\lambda \quad (26)$$

3-6-3 時變性雨型解析解：

本文針對降雨的時變性進行分析，將時變性降雨

$$R' = (bT + c) C_{R''} \quad (27)$$

代入(26)式，其中 b、c 為降雨強度係數、

$$C_{R''} = \frac{\rho^2}{h_z^2 K \cos^2 \theta}$$

結果為：

$$H_R(X, T) =$$

$$\left[\begin{array}{l} \Gamma \operatorname{erf} \left(\frac{a}{2} \sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} + \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X}{2} \right) \\ - \Gamma \operatorname{erf} \left(\frac{a}{2} \sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} + \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X-1}{2} \right) \\ - e^{-aX} \Gamma \operatorname{erf} \left(\frac{a}{2} \sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} - \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X}{2} \right) \\ + e^{-aX} \Gamma \operatorname{erf} \left(\frac{a}{2} \sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} - \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X+1}{2} \right) \end{array} \right] d\Gamma$$

$$+ \frac{cC_{R''}}{2\tau} \int_{\Gamma=0}^T \left[\begin{array}{l} \operatorname{erf} \left(\frac{a}{2} \sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} + \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X}{2} \right) \\ - \operatorname{erf} \left(\frac{a}{2} \sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} + \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X-1}{2} \right) \\ - e^{-aX} \operatorname{erf} \left(\frac{a}{2} \sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} - \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X}{2} \right) \\ + e^{-aX} \operatorname{erf} \left(\frac{a}{2} \sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} - \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X+1}{2} \right) \end{array} \right] d\Gamma$$

$$, 0 < X \leq \infty, T > 0 \quad (28)$$

將潮汐變化量計算結果(16)式和降雨效

應變化量計算結果(28)式相加，並因原無因次化的水位為 1，可得(29)式

$$H=1+H_W+H_R=1+Ae^{-pX} \cos(qX+T)$$

$$+ \frac{bC_{R''}}{2\tau} \int_{\Gamma=0}^T \left[\begin{array}{c} \Gamma \operatorname{erf}\left(\frac{a}{2}\sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} + \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X}{2}\right) \\ -\Gamma \operatorname{erf}\left(\frac{a}{2}\sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} + \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X-1}{2}\right) \\ -e^{-aX}\Gamma \operatorname{erf}\left(\frac{a}{2}\sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} - \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X}{2}\right) \\ +e^{-aX}\Gamma \operatorname{erf}\left(\frac{a}{2}\sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} - \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X+1}{2}\right) \end{array} \right] d\Gamma$$

$$+ \frac{cC_{R''}}{2\tau} \int_{\Gamma=0}^T \left[\begin{array}{c} \operatorname{erf}\left(\frac{a}{2}\sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} + \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X}{2}\right) \\ -\operatorname{erf}\left(\frac{a}{2}\sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} + \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X-1}{2}\right) \\ -e^{-aX} \operatorname{erf}\left(\frac{a}{2}\sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} - \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X}{2}\right) \\ +e^{-aX} \operatorname{erf}\left(\frac{a}{2}\sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} - \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X+1}{2}\right) \end{array} \right] d\Gamma$$

, $0 < X \leq \infty$, $T > 0$ (29)

假設降雨為均勻降雨時

$$R'=cC_{R''} \quad (30)$$

降雨效應計算結果為

$$H_R(X,T)=$$

$$+ \frac{cC_{R''}}{2\tau} \int_{\Gamma=0}^T \left[\begin{array}{c} \operatorname{erf}\left(\frac{a}{2}\sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} + \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X}{2}\right) \\ -\operatorname{erf}\left(\frac{a}{2}\sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} + \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X-1}{2}\right) \\ -e^{-aX} \operatorname{erf}\left(\frac{a}{2}\sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} - \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X}{2}\right) \\ +e^{-aX} \operatorname{erf}\left(\frac{a}{2}\sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} - \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X+1}{2}\right) \end{array} \right] d\Gamma$$

, $0 < X \leq \infty$, $T > 0$ (31)

將潮汐變化量計算結果(14)式和降雨效

應變化量計算結果(31)式相加後可得(32)式

$$H=1+H_W+H_R=1+Ae^{-pX} \cos(qX+T)$$

$$+ \frac{cC_{R''}}{2\tau} \int_{\Gamma=0}^T \left[\begin{array}{c} \operatorname{erf}\left(\frac{a}{2}\sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} + \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X}{2}\right) \\ -\operatorname{erf}\left(\frac{a}{2}\sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} + \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X-1}{2}\right) \\ -e^{-aX} \operatorname{erf}\left(\frac{a}{2}\sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} - \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X}{2}\right) \\ +e^{-aX} \operatorname{erf}\left(\frac{a}{2}\sqrt{\frac{T-\Gamma}{\tau}} - \sqrt{\frac{\tau}{T-\Gamma}} \frac{X+1}{2}\right) \end{array} \right] d\Gamma$$

, $0 < X \leq \infty$, $T > 0$ (32)

結果與討論

本研究使用廣義型積分轉換求時變性降雨偏微分控制方程式之解，令降雨分布更貼近實際的現地狀況，求得潮汐波動與降雨效應個別影響地下水水位的增加量。引用 Hsieh et al. (2015)解析解，設定降雨為均勻降雨的形式進行比較。求解過程時，本研究起初設定 ε 參數為 $\varepsilon=1$ ，但此設定與 Hsieh et al. (2015)求得均勻降雨結果不同，於是引用 Brutsaert (1994)和 Zissis et al. (2000) 的線性化方法調整 ε 參數。為與 Hsieh et al. (2015)進行驗證，故將引用其參數值，如不透水底床傾角 $\theta=0^\circ$ ，平均水深 $h_z=2(\text{m})$ ，潮汐振幅 $a=0.65(\text{m})$ ，比出水量 $S=0.005$ ，水力傳導係數 $K=0.1(\text{cm/s})$ ，潮汐波動頻率 $\omega=4\pi(\text{rad/day})$ ，時間設定為 $T=2\pi$ 。雖然不透水底床傾角 $\theta=0^\circ$ ，與真實海岸情況並不符合，但可粗略掌握海岸地區受降雨與潮汐影響之地下水位變化情形，未來將進行不透水底床傾角 ($\theta \neq 0^\circ$) 的研究，以期更貼近真實情況。

由圖 2 可得 $\varepsilon=1/3$ 時與 Hsieh et al. (2015) 之解析解相當吻合，其中僅在圖 3 中設定 ($\theta=5^\circ$) 為測試於不同角度時結果，其結果也相同，故結果合理。圖 4~圖 11 參數之設定係參考 Hsieh et al. (2015)，而比出水量則參考表 1，進而得到不同土砂地下水位變化量之結果。世界各地的海岸擁有各式各樣的沙土類型，而不同的沙土則會影響潮汐與降雨效應入滲到地下水水位的時間點以及水位變化量，因此本文欲討論土壤在各種情況下降雨效應影響的水位分布情況。台灣降雨隨季節有較為極端的變化，降雨量大多集中在 7、8 月的颱風季節，降雨強度大、降雨延時短，不僅造成土石流及洪水，流失大量的雨水實在可惜，倘若能預測出當時地下水水位的實際位置，利用適當方法將地下水抽離，另行儲蓄，而抽離後的空間則供地表水入滲轉為地下水，進而可減緩地表水量造成之洪患。接著，討論不同土壤層中水位變化的影響，先假設土壤於均勻降雨時，模擬各種土壤的地下水水位變化，再進行模擬時變性降雨時地下水水位之變化量，此時不透水底床傾角均設定為零 ($\theta=0$)。參考表 1 中各個土壤層的平均比出水量，由於海邊的土壤層大多為沙礫形式，故挑選其中細沙、中沙、沙質黏土和淤泥進行地下水水位變化量之探討，在此先討論降雨效應對地下水水位的影響。本文另設定潮汐升降為週期性，藉此消去潮汐海浪在起始點的影響，故將時間 T 取 2π 、 4π 、 6π 、 8π 等，及各種土壤的平均比出水量代入(28)式，將時變性降雨設定為 $R=bT$ (mm/hr) 觀察降雨效應在各種土壤裡於各個時間點造成的地下水水位，其中圖 4 到圖 7 的降雨強度設定為 $b=15$ (mm/hr) 強降雨，而時間 $T=2\pi$ 為潮汐循環一週期的時間，一般潮汐週期的時間約為

12 小時，故降雨延時為 12 小時，上述條件符合颱風在海邊造成的降雨量。由於本研究仍在初步階段，其結果僅為不透水底床傾角 ($\theta=0^\circ$) 的情況，雖並不符合現地的海岸情況，然而時間 T 選擇 2π 、 4π 、 6π 、 8π 等時間延時，在 $T=2\pi$ 時，實際時間為 12hr、 4π 為 1day，依此類推。而其他參數之選定為與 Hsieh et al (2015) 之研究成果進行驗證，故引用其參數之設定。之後的研究將會深入探討不透水底床傾角 ($\theta \neq 0^\circ$) 的情況，以期更貼近真實的海岸。

本文設定降雨範圍在 $X=0\sim 1$ 之間，水位的尖峰值位於 $X=0.7$ 左右，推測係由於潮汐波動向右推移的原因，而圖 4 在所有土壤裡水位為最高，也就是說當土層為沙質黏土時，有較多的比出水量可供使用，因為沙質黏土的比出水率低，容易將降雨入滲的水保留在土層當中。反觀細沙和中沙由於孔隙較大，入滲快卻也容易從土層中流失。

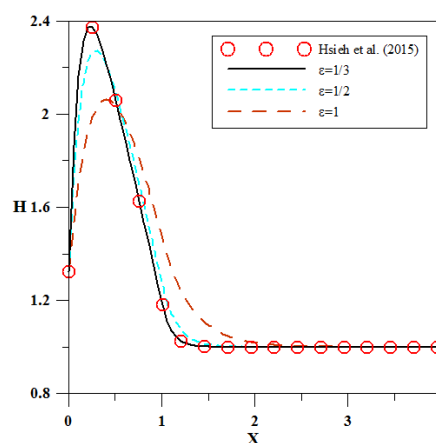


圖 2 均勻降雨時不同 ε 參數的水位變化
Figure 2 Uniform rainfall induced water table fluctuations versus horizontal distance with

various calibration parameters.

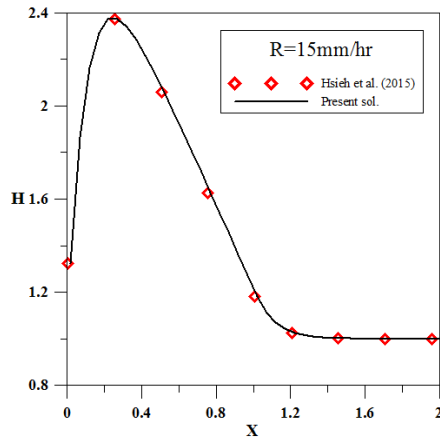


圖 3 不透水底床傾角 5 度時之水位變化
Figure 3 Uniform rainfall induced water table fluctuations versus horizontal distance ($\theta=5^\circ$).

表 1 Johnson (1967) 整理之比出水量
Table 1 Values of specific yield (Johnson, 1967)

Material	Specific Yield(%)		
	min	mean	max
沙質黏土 (Sandy clay)	3	7	12
淤泥 (Silt)	3	18	19
細沙 (Fine sand)	10	21	28
中沙 (Medium sand)	15	26	32

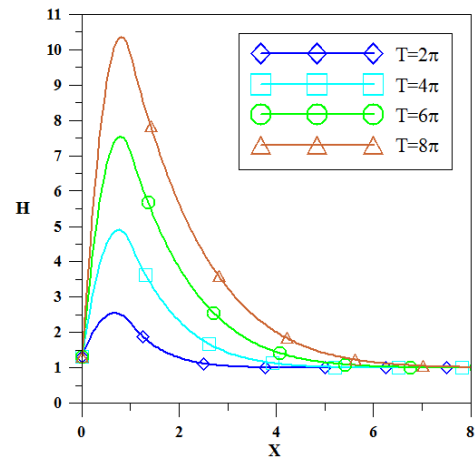


圖 4 沙質黏土於不同降雨延時之地下水水位
Figure 4 Groundwater table in the aquifer of sandy clay with various rainfall durations.

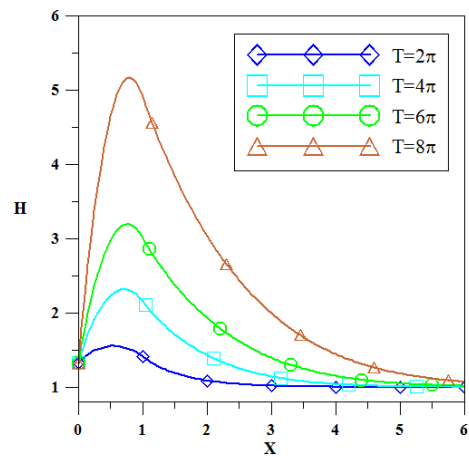


圖 5 淤泥於不同降雨延時之地下水水位
Figure 5 Groundwater table in the aquifer of silt with various rainfall durations

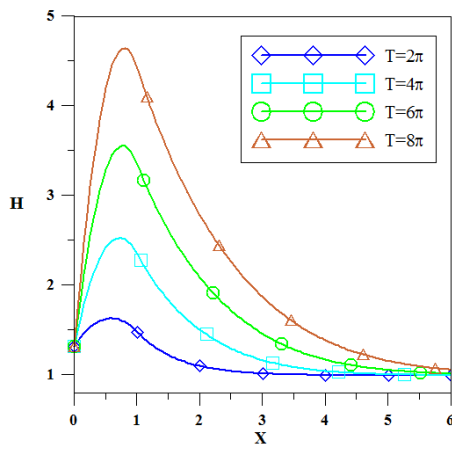


圖 6 細沙於不同降雨延時之地下水水位
Figure 6 Groundwater table in the aquifer of fine sand with various rainfall durations.

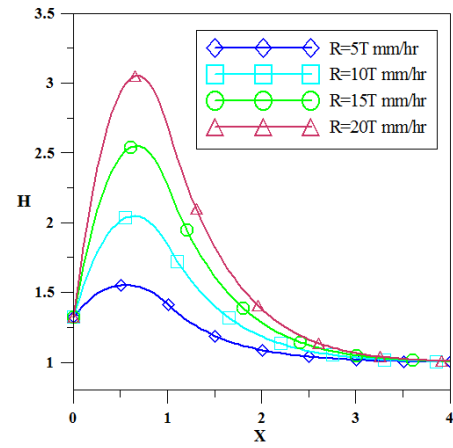


圖 8 沙質黏土於不同降雨強度之地下水水位
Figure 8 Groundwater table in the aquifer of sandy clay with various rainfall intensity.

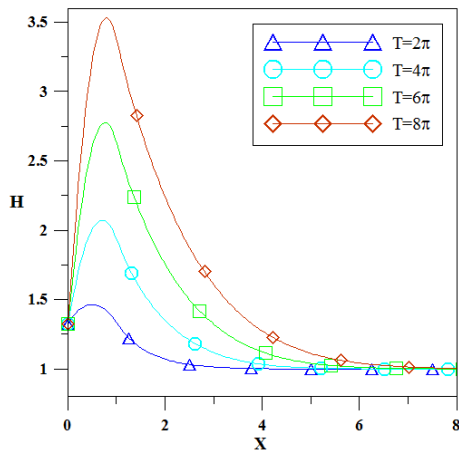


圖 7 中沙於不同降雨延時之地下水水位
Figure 7 Groundwater table in the aquifer of medium sand with various rainfall durations.

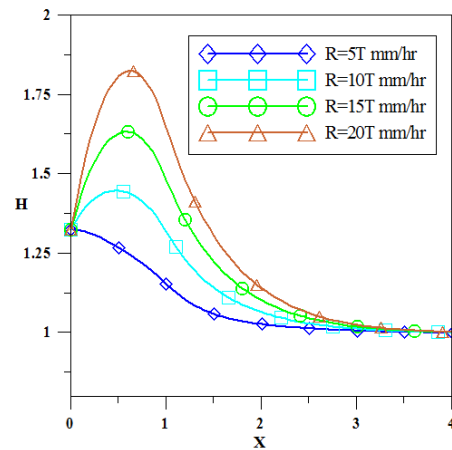


圖 9 淤泥於不同降雨強度之地下水水位
Figure 9 Groundwater table in the aquifer of silt with various rainfall intensity.

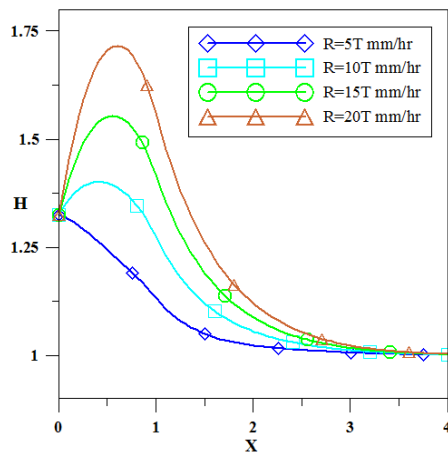


圖 10 細沙於不同降雨強度之地下水水位
Figure 10 Groundwater table in the aquifer of fine sand with various rainfall intensity.

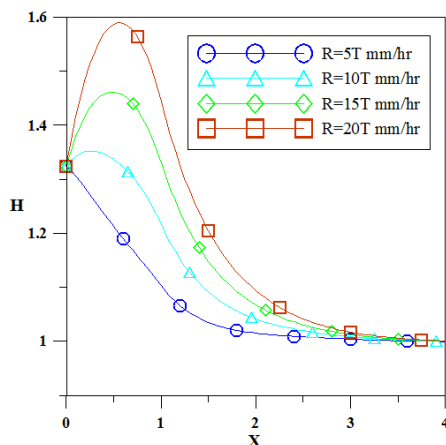


圖 11 中沙於不同降雨強度之地下水水位
Figure 11 Groundwater table in the aquifer of medium sand with various rainfall intensity.

然而圖 4 至圖 7 中,降雨延時 $T=4\pi$ 、 6π 、 8π 時,表現實中不同降雨延時,由圖中可看出較長延時造成之地下水水位也會隨之增加,符合真實降雨對地下水水位造成影響之結果。

圖 8~圖 11 設定時間 $T=2\pi$, 不同的降雨強度下, 各個土壤層對降雨強度的敏感度, 然當比出水量較高的土壤於降雨強度過低時, 幾乎不影響地下水水位的抬升, 亦即細沙與中沙的海岸地區較無過多的地下水可供使用。

結論與建議

參考前人研究中的降雨效應將其調整為時變性, 使用廣義型積分轉換法解出控制方程之解析解, 與徐(2013)均勻降雨之例比較, 其結果十分相近, 且降雨隨時間改變較符合實際自然現象, 進而可估算颱風、梅雨或各個雨型對地下水水位的影響。綜合上述可獲得以下結論:

1. 本研究使用新方法突破前人研究中對於空間變化降雨的描述, 並增加時變性降雨影響之解析。其中空間變化之降雨影響地下水水位之情形與前人驗證有良好的結果。目前初步研究結果已獲得地下水位於不同土壤特性的水位變化, 未來將深入研究台灣地區各個海岸的土壤特性並配合降雨, 以預測不同降雨強度時, 在任意時刻之地下水水位變化情形。
2. 目前時變性降雨設為降雨隨時間變化呈線性降雨的形式, 欲以此結果模擬實際降雨狀況尚有段差距, 因降雨隨時間變化非常複雜, 簡單的線性方程無法完全吻合實際降雨情況, 建議在使用上須清楚降雨強度隨時間的變化, 定義出尖峰值發生的時間點, 嘗試找出各時間點線段的斜率後, 代入(29)式進行運算。未來將深入研究並嘗試解決時變性運用困難的問題。

3. 降雨效應影響地下水水位不只因降雨強度而改變，伴隨著不同的降雨延時，水位也會越來越高。
4. 降雨延時在 $T=2\pi$ 時（圖 8~圖 11），地下水水位於沙質黏土的水位最高，也就是說地下的可用水量比其它沙質海岸土壤多，而且由於沙質黏土的土沙粒徑小、保水力較強。
5. 無論在降雨強度強時或降雨延時大的情況下，中沙和細沙的保水力較差，海岸地區於台灣西岸大部分是土礫型，研究得知即便是強降雨，水位因降雨抬升的幅度也不大。

參考文獻

1. 田傑仁(2013)，「層狀地質介質溶質傳輸之解析解」，碩士論文，中央大學應用地質研究所。
2. 徐筱婷(2013)，「降雨及潮汐衍生之非拘限含水層地下水位變化」，碩士論文，中興大學水土保持學研究所，台中。
3. 蕭惠如(2013)，「潮汐衍生之海岸含水層地下水位波動」，碩士論文，中興大學水土保持學研究所，台中。
4. Bansal, R. K. and S. K. Das, (2011), "Response of an unconfined sloping aquifer to constant recharge and seepage from the stream of varying water level," *Water Resour Manage* 25: 893–911.
5. Chen, J. S., K. H. Lai, C. W. Liu and C. F. Ni (2012), "A novel method for analytically solving multi species advective dispersive transport equations sequentially coupled with first order decay reactions," *Journal of Hydrology*, 420–421(2012): 191–204.
6. Dagan G. (1967), "Second order theory of shallow free surface flow in porous media," *Q.J. Mech. Appl. Math.* 20(4), 517-526.
7. Hsieh, P. C., H. T. Hsu, C. B. Liao, and P. T. Chiueh (2015), "Groundwater response to tidal fluctuation and rainfall in a coastal aquifer," *Journal of Hydrology*, 521: 132-140.
8. Hamed, K. Behzad A. A. (2015) "Evolutionary algorithms for the optimal management of coastal groundwater: A comparative study toward future challenges" *Journal of Hydrology*, 520: 193-213.
9. Johnson, A. I. (1967), "Specific yield compilation of specific yields for various materials", U.S. Government Printing Office, Washington, D.C.
10. Li, H., J. J. Jiao, M. Luk and K. Cheung (2002), "Tide-induced groundwater level fluctuation in coastal aquifers bounded by L-shaped coastlines" *Water Resources Research*, 38(3): 6-1–6-8.
11. Li, L., D. A. Barry and D. S. Jeng (2001), "Tidal fluctuations in a leaky confined aquifer: dynamic effects of an overlying phreatic aquifer," *Water Resources Research*, 37(4): 1095–1098.
12. Li L., D.A. Barry, F. Stagnitti, J.Y. Parlange

- and D.S. Jeng (2000), "Beach water table fluctuations due to spring-neap tides: moving boundary effects," *Advances in Water Resources*, 23:817–824.
13. Lee, T. M. , L. A. Sacks, A. Swancar,(2014), "Exploring the long-term balance between net precipitation and net groundwater exchange in Florida seepage lakes" *Journal of Hydrology*, 519: 3054-3068.
14. Jeng, D.S., B.R. Seymour, D.A. Barry, L. Li and J. Y. Parlange (2000), "New approximation for free surface flow of groundwater: capillarity correction," *Advances in Water Resources*, 28: 1032–1039.
15. Mahdi, A. A., M. H. Chuang and H. D. Yeh (2012), "Groundwater response to tidal fluctuation in a sloping leaky aquifer system," *Applied Mathematical Modelling*, 36(10): 4750–4759.
16. Mackay, J. D., C. R. Jackson, L. Wang (2014), "A lumped conceptual model to simulate groundwater level time-series" *Environmental Modelling & Software*, 61: 229-245.
17. Nielsen, P., J. D. Fenton., R. A. Aseervatham, P. Perrochet, (1997), "Watertable waves in aquifers of intermediate depths," *Advances in Water Resources* 20: 37–43.
18. Özisik, M. N. (1968), *Boundary value problems of heat conduction*, Dover Publications, INC., New York.
19. Robinson, M. A. and D. L. Gallagher (1999), "A model of ground water discharge from an unconfined coastal aquifer," *Groundwater*, 37(1): 80–87.
20. Sun, H. (1997), "A two-dimensional analytical solution of groundwater response to tidal loading in an estuary," *Water Resources Research* 33(6): 1429–1435.
21. Song, Z., L. Li, J. Kong and H. Zhang (2007), "A new analytical solution of tidal water table fluctuations in a coastal unconfined aquifer," *Journal of Hydrology*, 340(3-4): 256–260.
22. Teo, H.T. (2003), "Tidal dynamics in coastal aquifers," in fulfillment of the requirements for the award of the degree of Master of Philosophy, Griffith University.
23. Zissis, T. S., I. S. Teloglou and G. A. Terzidis (2001), "Response of a sloping aquifer to constant replenishment and to stream varying water level," *Journal of Hydrology*, 243(3-4): 180–191.

103 年 04 月 21 日收稿

103 年 05 月 05 日修改

103 年 05 月 25 日接受

水土保持學報 47 (4): 1511–1524 (2015)

Journal of Soil and Water Conservation, 47 (4): 1511–1524(2015)