

沈滓左右搖擺沈降流場之初步模擬

邱建源⁽¹⁾ 許宏銘⁽¹⁾ 廖志偉⁽¹⁾ 盧杰志⁽²⁾ 鄭仙偉⁽³⁾

摘要

為了解沈滓在水中沈降出現左右搖擺之特性，本文以數值方法求解圓柱橫向振動對昇力的影響機制。模式由Navier-Stokes方程式，以投影法求解出流場，再以波譜分析解析昇、阻力之時間序列，分辨出渦流射出之頻率與能量。當流體通過圓柱，圓柱之橫向振動會影響渦流射出，而流體作用在圓柱上之昇力與阻力也不同於固定圓柱。本文以雷諾數80，圓柱振幅為0.28驗證數值模式。本文主要著重於雷諾數為100，圓柱振幅為0.42的探討，並將所得結果與陳盈志(2007)所作圓柱振幅為0.28、0.56、及0.84之結果進行比較，此外也深入討論流線圖、壓力圖、渦度圖、能量圖、及昇阻力圖等圖。本文依據渦流的特性，將圓柱振動頻率，分為鎖定區、緩衝區、不影響區。在低頻不影響區間，昇力及阻力同於固定圓柱之案例。在低頻緩衝區間有局部最小的昇力及阻力。而昇力及阻力的峰值則出現在鎖定區間的高頻側。

(**關鍵字**：圓柱、振動、共振、鎖定效應、雷諾數)

2D Simulation of the Flow Induced by a Transversely Oscillating Sediment

*Jian-Yuan Chiou⁽¹⁾, Hon-Ming Xu⁽¹⁾, Zhi-Wei Liao⁽¹⁾, Chieh-Chih Lu⁽²⁾,
Shian-Woei Jeng⁽³⁾*

Department of Water resource and Conservation engineering, Feng-Chia University, Taichung 407, Taiwan, R.O.C.

ABSTRACT

In order to understand the characteristic of the transversely oscillation of sediment subside in water, this study used a numerical model to simulate the mechanism of the lift for a transversely

⁽¹⁾ 逢甲大學水利工程與資源保育學系大學部學生

⁽²⁾ 逢甲大學土木及水利工程研究所博士班生

⁽³⁾ 逢甲大學水利工程與資源保育學系教授

oscillating circular cylinder. The Navier-Stokes equations are solved by a projection method for the flow field. A spectrum analysis is used to analyze the time series of the lift force and drag force. Then, the vortex shedding frequency and the vortex energy are obtained. When fluid flows past a cylinder, the transverse vibration of the cylinder affects vortex shedding. The lift force and drag force on the cylinder are different from those of the fixed cylinder. This model is verified at Reynolds number 80 and the oscillating amplitude of cylinder 0.42. Result of this paper at Reynolds number 100 and the oscillating amplitude of cylinder 0.42 is compared with result of Ying-Zhi Chen (2007) at amplitudes 0.28, 0.56, and 0.84. Furthermore the six types of figures, including streamline, pressure, vorticity, energy, lift, and drag are also discussed in this paper. According to the characteristic of the vortices, the oscillating frequencies of the cylinder were divided into lock-on, unaffected, and buffer zones. At the lower unaffected zone, the lift force and the drag force were the same as those of the fixed cylinder. The local lowest value of lift force and drag force could be found in the lower buffer zone. The peaks of the lift force and the drag force were appeared at the high frequency side of the lock-on zone.

(**Keyword:** Cylinder, Oscillation, Resonance, Lock-on, Reynolds number)

前言

均勻流通過固定之圓柱，經前人多年研究，其流況隨雷諾數不同而異，(Panton, 1996)。在 $Re = 10^5$ 左右，邊界層在分離點附近由層流轉為亂流，使分離流線再附著回圓柱，使分離區變小，導致有超低阻力係數之出現。而本研究所關注的範圍在 $80 \leq Re \leq 200$ 之間，當圓柱後方有渦流交替射出時，上方（渦流生成側）流速大於下方（沒有渦流生成的那一側），由柏努力方程式可知，上方壓力小於下方，因此產生了向上的昇力。當下方出現渦流時則反是，產生向下昇力。此種現象將使結構物上下振動。當結構物的自然頻率與渦流射出頻率相同時，即產生共振，甚至引起破壞。歷史上記載了至少五十次，因此種現象導致的吊橋破壞，如美國華盛頓州 Tacoma Narrows bridge。渦流振動頻

率常以無因次表示，即 Strouhal 數。

$$St = \frac{fd}{U} \quad (1)$$

式中， f 為渦流射出頻率，中雷諾數為 $400 < Re < 3 \times 10^5$ 時， St 通常接近 0.2，分離點約 80° (由停滯點沿圓柱表面往下游計算)。

當 $Re < 0.1$ 時，流況左右對稱，對圓柱而言，並無理論解。Stoke (1851) 以理論解出圓球之流場，並求得阻力係數。

$$CD = \frac{F}{\frac{1}{2} \rho U^2 A} = \frac{24}{Re} \quad (2)$$

式中 F 為阻力， ρ 為流體密度， A 為圓球斷面積。其中由壓力貢獻之阻力為剪應力之一半。隨後，此種理論流場又經過(Oseen, 1910)及(Proudman & Pearson, 1957)等人之修正。

為了解沈滓在水中搖擺特性，本文先以二

維的圓柱取代三維的圓球。本文將建立數值模式，先研究橫向強制振動圓柱對流場之影響。影響參數有三，為雷諾數、圓柱振動頻率，以及圓柱振幅。由於前人數值研究之案例不多，且對於緩衝區間（介於前述鎖定與不影響區間）尚未深入研究，因此本文將以大量的案例更精準的描述振動圓柱振幅之影響，特別是對昇阻力序列之影響，以及對緩衝區之影響。本文以傅氏級數方法，由阻力時間序列中，分析出渦流射出之頻率與能量，從而可以研究流場如何受到各種不同強制振動之影響。

數值方法

1. 流場計算

如圖 1 所示，均勻流場中，設一剛性圓柱與流場垂直。流場計算採用非慣性之相對極座標，以圓柱圓心為原點，因此可以避免網格因圓柱移動而需使用再投影（remapping）之技術，以及因再投影所產生之誤差。

制御方程式為 Navier-Stokes 方程式，即連續與動量方程式，經過無因次化後可寫為：

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = -\nabla P + \frac{2}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{V} - \nabla \cdot \mathbf{V}\mathbf{V} - \ddot{\mathbf{Z}} \quad (4)$$

式中 \mathbf{V} 為流速， t 為時間， P 為壓應力， $\ddot{\mathbf{Z}}$ 為慣性座標圓柱之加速度。此兩式之解法，由 1965 (Harlow and Welch) 迄今已有超過 40 年之歷史。然而更快速正確地求解，仍繼續發展中。

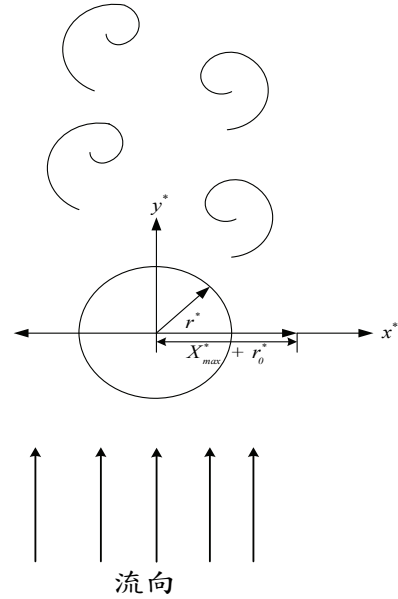


圖 1. 往復橫向振動圓柱示意圖。

Figure 1. schematic diagram of transversely oscillating cylinder

將 (4) 式以時間分割 (time-splitting) 法分為兩式，並對時間採中央差分，可得

$$\frac{\mathbf{V}_*^{n+1} - \mathbf{V}^n}{\Delta t} = \left(\frac{2}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{V} \right)^{n+\frac{1}{2}} - (\nabla \cdot \mathbf{V}\mathbf{V})^{n+\frac{1}{2}} - \ddot{\mathbf{Z}}^{n+\frac{1}{2}} \quad (5)$$

$$\frac{\mathbf{V}^{n+1} - \mathbf{V}_*^{n+1}}{\Delta t} = -\nabla P^{n+\frac{1}{2}} \quad (6)$$

式中 n 為時階，即 $t = n \times \Delta t$ 。 \mathbf{V}_* 為中介流速。對 (6) 式取散度可得

$$\nabla^2 p^{n+\frac{1}{2}} = \frac{\nabla \cdot \mathbf{V}_*^{n+1}}{\Delta t} \quad (7)$$

式中已令 $\nabla \cdot \mathbf{V}^{n+1} = 0$ ，即已使用了 (1) 式之不可壓縮條件。

整個求解次序，首先由 (5) 式以顯示法求 \mathbf{V}_*^{n+1} ，再由 (7) 式以連續超鬆弛法 (SOR)

求 $P^{n+1/2}$ ，最後由 (6) 式以顯示法求 V^{n+1} ，如此則完成了一個時階之計算，此外 SOR 法是一種可以加速運算方法。

為了更快速、準確、方便求解，本模式將原有 (r, θ) 座標系統轉換成矩形網格 (ξ, η) 座標系統，如圖 2、3 所示。令：

$$r = \exp(\pi\xi) \quad \theta = \pi\eta \quad (8)$$

若令 $\Delta\xi = \Delta\eta$ ，則網格成為誤差相對較小正方形，因此減少計算之網格數，加速計算之進行。為更正確進行計算，模式採用後向 (backward) 交錯網格系統。

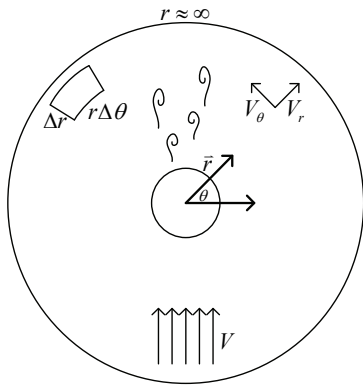


圖 2. 隨往復橫向振動圓柱移動之座標。
 Figure 2. The reciprocating movement of the transverse oscillating of cylindrical coordinates.

2. 橫向振動圓柱

圓柱橫向二維無因次之振動方程式表示為：

$$X = X_{\max} \cos(2\pi t/T_c) = X_{\max} (\cos 2\pi f_c t) \quad (9)$$

$$\dot{X} = -(2\pi f_c) X_{\max} \sin(2\pi f_c t) \quad (10)$$

$$\ddot{X} = -(2\pi/f_c)^2 X_{\max} \cos(2\pi f_c t) \quad (11)$$

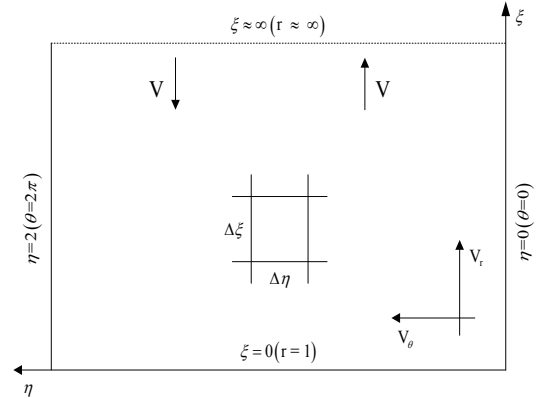


圖 3. 經過轉換之 (ξ, η) 座標系統。

Figure 3. The (ξ, η) coordinate system after transformation.

式中下標 "c" 表示圓柱， T_c 為圓柱之橫向振動週期， f_c 為圓柱之橫向振動頻率 ($T_c = 1/f_c$)。 X_{\max} 為圓柱之橫向振動之振幅。當給予 f_c 、 X_{\max} ，及 t 後，即可得到橫向振動圓柱之加速度 (\ddot{X})，以求得流場動量方程式 (2) 中之加速度項 (\ddot{Z})。由座標轉換，可得

$$\ddot{Z}_r = \ddot{X} \cos \theta \quad (12)$$

$$\ddot{Z}_\theta = -\ddot{X} \sin \theta \quad (13)$$

3. 計算條件

本文以雷諾數為 100，圓柱振幅 $X_{\max} = 0.28, 0.56, 0.42, 0.84$ (X_{\max} 之單位為無因次，相對於圓柱半徑)，探討不同圓柱之振幅對流場之影響。而本模式 (r, θ) 方向網

格數取為 80×100 ，且 $\Delta t = 0.01$ (單位為無因次)情況下進行探討。

結果與討論

本文首先以雷諾數 $Re = 80$ 、 200 ，圓柱振幅 $X_{max} = 0.28$ 之案例來驗證數值模式。接著以 $Re = 100$ ， $X_{max} = 0.42$ 之案例，與陳盈志 (2007) 所作 $X_{max} = 0.28$ 、 0.56 、及 0.84 之結果進行比較。最後，以流線圖、壓力圖、渦度圖、能量圖、及昇阻力圖等，探討振動圓柱對流場之影響。

1. 模式驗證

本模式之驗證分為二部份，分別為固定表一。固定圓柱下，本模式之阻力、阻力振幅、昇力振幅、及 strouhal 數與前人之比較 Table 1. Comparison of the mode of resistance, resistance amplitude, lift amplitude, and strouhal number for the fixed cylinder.

Re=200				
Reference	CD_{avg}	CD'	CL_{max}	St
Wille, 1960*	1.30	--	--	--
Wieselsberger, 1961*	1.38	--	--	0.18
Lecoite & Piquet, 1984	1.46	--	--	0.194
Braza et al., 1986	1.38	--	0.77	0.20
Lecoite & Piquet, 1989	1.29	0.04	0.60	0.195
Franke et al., 1990	1.31	--	0.65	0.194
Mendes & Branco, 1990	1.399	0.049	0.726	0.202
Present	1.306	0.036	0.612	0.190

圓柱及橫向強制振動圓柱。固定圓柱部份， $Re = 200$ 之下，分別求出時間平均阻力 CD_{avg} ，阻力振幅 CD' ，昇力振幅 CL_{max} ，及 Strouhal 數，並與前人進行比較，列如表一。表一中可見本模式計算數值多在前人結果範圍之內，證實本模式可被接受。

第二部份對於橫向強制振動圓柱之驗證，如圖 4，在 $Re = 100$ ，振幅 $X_{max} = 0.42$ 之下，不同振動頻率之 CD_{avg} 。將結果與數值模式 (Hurlbut et al., 1982)、(Chilukuri, 1987)、及 (Cheng et al., 1997) 比較，則可見本模式結果與前人相當符合。再與 (Tanida, 1973) 物理實驗相比較，本模式與實驗結果皆在 $S_c = 0.159$ 附近 ($S_c = 2f_c$) 尖峰值出現，然而本模式之 CD_{avg} 較 Tanida 小很多。這可能 Tanida 之實驗圓柱具有一定彈性，而數值模式則假設剛性圓柱之故。以上也驗證了本模式之適用性。其中 Wieselsberger 之資料係由 (Roshko, 1961) 取得。有 "*" 者為物理實驗，餘為數值結果。

圖 5 為本模式與前人研究之昇力虛部 ($Im(CL)$) 之比較。由圖發現本模式與 Tanida (1973) 及 Hurlbut et al. (1982) 之結果皆相當接近。另外，也發現鎖定區間 ($S_c = 0.15$ 附近)， $Im(CL) > 0$ 。即鎖定區間之渦流射出頻率與圓柱振動頻率同步，圓柱由渦流取得振動能量。

2. 圓柱振動頻率的分區

圖 6 為 $Re = 100$ 、 $X_{max} = 0.42$ 案例下，昇力各主要頻率比 (f_{cl} / f_o) 與圓柱振動頻率比 (f_c / f_o) 之關係圖。 f_{cl} 為圖 7 中昇力之時間序列進行波譜分析求出之主要頻率，

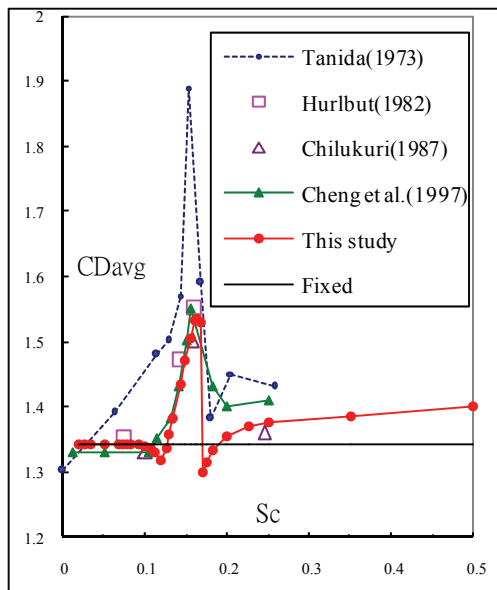


圖 4. 橫向強制振動圓柱情況下，本模式之時間平均阻力與前人之比較。
 ($S_c = 2f_c$, $Re = 80$, $X_{max} = 0.28$ 。)

Figure 4. Cylinder horizontal forced vibration, this model of the average time of resistance compared with their predecessors.
 ($S_c = 2f_c$, $Re = 80$, $X_{max} = 0.28$)

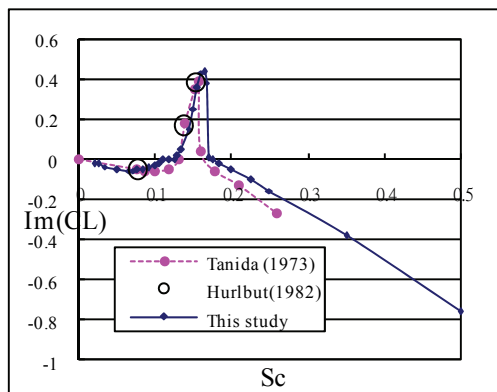


圖 5. 本模式昇力之虛部與前人之比較
 ($S_c = 2f_c$, $Re = 80$, $X_{max} = 0.28$)

Figure 5. Comparison of the lift of imaginary part. ($S_c = 2f_c$, $Re = 80$, $X_{max} = 0.28$)

f_c 為圓柱振動頻率，並以固定圓柱渦流之射

出頻率 f_0 將座標無因次化。以下之註標“o”皆表示固定圓柱之情況。波譜圖（圖 8）中取出昇力前四大能量之頻率來作討論，並如圖所示按能量由大到小稱之為第一頻（◇）、第二頻（□）、第三頻（△）、及第四頻（○）。在圖 8 中也可以清楚的觀察到昇力時序中渦流射出頻率 f'_o ($f'_o = f_o$ 之箭頭) 與圓柱振動頻率 f_c 存在 ($f_c = 0.3887f_o$ 之箭頭)。

在圖 6 中，將圓柱振動頻率依渦流特性，分為四個區間。首先 $f_c / f_o = 1$ 附近，即 $f_{cl} = f_o$ 線與 $f_{cl} = f_c$ 線交叉處附近， f_o 與 f_c 相當接近， f'_o 因受 f_c 之鎖定效應而合而為一，是 f'_o / f_c ，渦流以圓柱振動之頻率射出，故將此區間稱為鎖定區間，其範圍約在 $0.8193 < f_c / f_o < 1.1577$ 之間，鎖定區間出現規則倍頻，即 f_c 之三倍頻。

劃分方法整理如表二。劃分緩衝區間如圖 9 所示，低頻緩衝區間之右限為鎖定區間之左限。低頻緩衝區間之左限則以渦流射出能量小於 0.2 為分界。而高頻緩衝區間之左限為鎖定區之右限，其劃分方法與低頻相同，然而圖 9 中並未出現。最後剩下之區間即為不影響區間，不影響區間中， f'_o 與 f_c 常為第一頻與第二頻， f'_o 接近 $f_{cl} = f_o$ 線。

圖 10 顯示當圓柱振動振幅，由 0.28 增為 0.84 時，各區間的變化。隨著圓柱振動振幅的增大，低頻非鎖定區間之範圍則呈現縮小情況。而高頻非鎖定區間之範圍則些許縮小。至於鎖定區間，其範圍變大，而低頻緩衝區間之範圍趨向於變大，然而振動振幅在 0.42 到 0.56 之間縮小。表三列出各個案例。

表二. 頻率區間之劃分方法

Table 2. The division of the frequency range.

區間	劃分方法
鎖定區間	1. f_c/f_0 在 1 附近。 2. f'_0 與 f_c 合一。 3. 出現 f_c 之三倍頻。
低頻緩衝區間	1. 左限為渦流能量比小於 0.2。 (由渦流能量圖確定) 2. 右限為鎖定區間之左限。 3. 可能出現 f_c 之三倍頻。
高頻緩衝區間	1. 左限為鎖定區間之右限。 2. 右限為渦流能量比小於 0.2。 3. 振幅大時，此區可能不存在。
不影響區間	1. f_c/f_0 遠離 1。即除去鎖定區間與緩衝區間之部份。 2. f'_0 接近 $f_{CL} = f_0$ 線。 3. f'_0 與 f_c 常為第一頻與第二頻。

3. 圓柱振動振幅對流場特性之影響

圖 11 為 $X_{max} = 0.28, 0.42, 0.56, 0.84$ 案力下，昇力均方根值比 (CL_{rms}/CL_0 ，其中 CL_{rms} 為昇力均方根值， CL_0 為固定圓柱之昇力均方根值，其值為 0.21) 與頻率比 (f_c/f_0) 之關係圖。圖 12 為 $X_{max} = 0.28, 0.42, 0.56, 0.84$ 案力下，阻力之時間平均值比 (CD_{avg}/CD_0 ，其中 CD_{avg} 為阻力時間平均值， CD_0 為固定圓柱之阻力時間平均值，其值為 1.319) 與 f_c/f_0 之關係圖。圖 11 與圖 12 中 XCM 為 X_{max} 。

圖 12 中，先由低頻逐漸增加來檢視 CD_{avg}/CD_0 之變化。四個案例低頻緩衝區時，除 $X_{max} = 0.84$ 之 CD_{avg} 不會下降，其餘

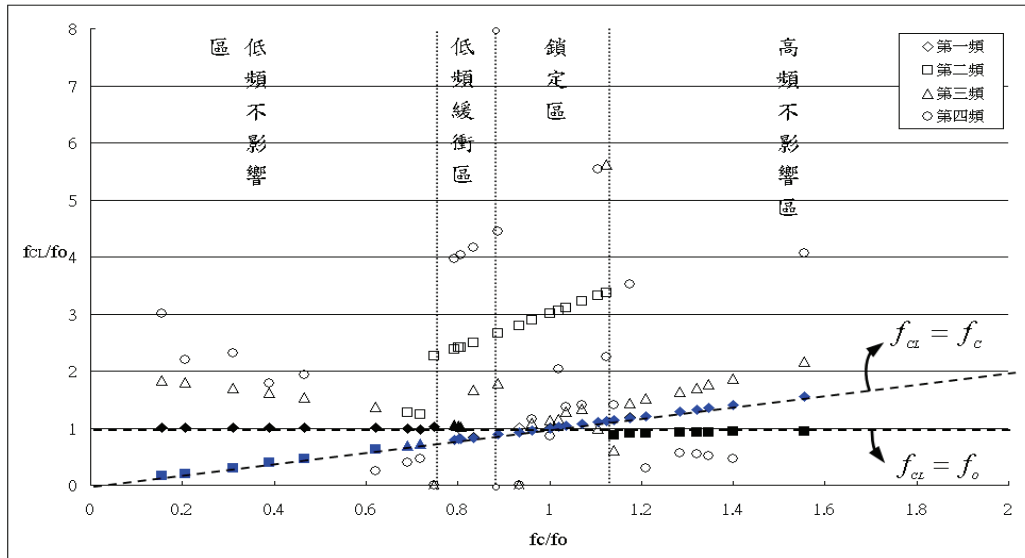


圖 6. 昇力各頻率比與圓柱振動頻率比之關係圖。(Re = 100, $X_{max} = 0.42$) ■ 及 ▲ 為 f'_c/f_0 。■ 為圓柱振動頻率， f_{cl} 為昇力頻率。

Figure 6. The lift oscillating cylinder frequency ratio and the relationship between frequency ratio. (Re = 100, $X_{max} = 0.42$) ■, ▲, and ■ are f'_c/f_0 . ■ is oscillating frequency for the cylindrical, f_{cl} is Lifting frequency.

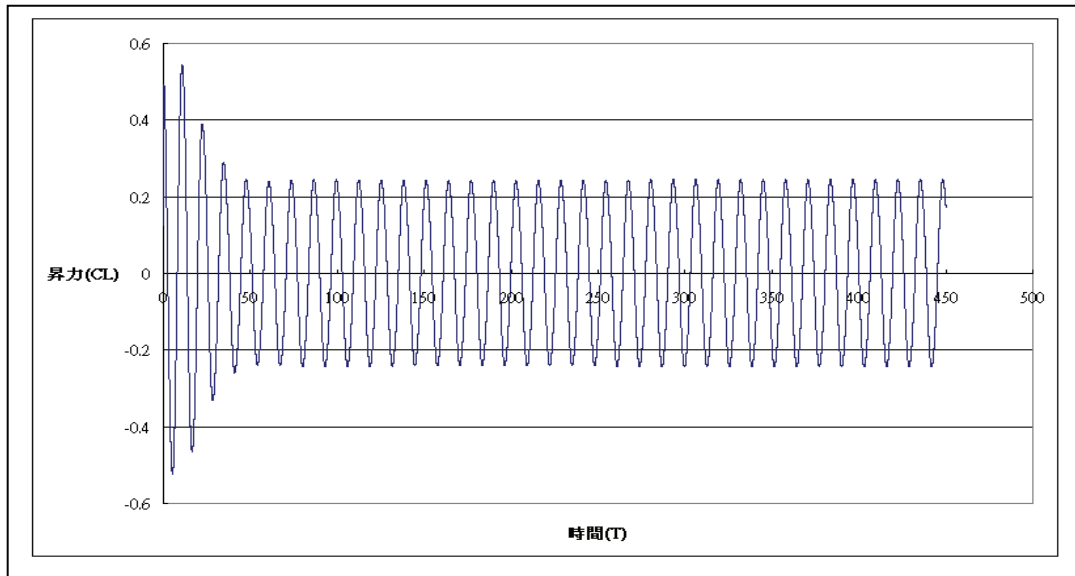


圖 7 昇力之時間序列。

Figure 7 Time series of the lift force.($Re = 100$, $X_{max} = 0.42$, $Sc = 0.1548$)

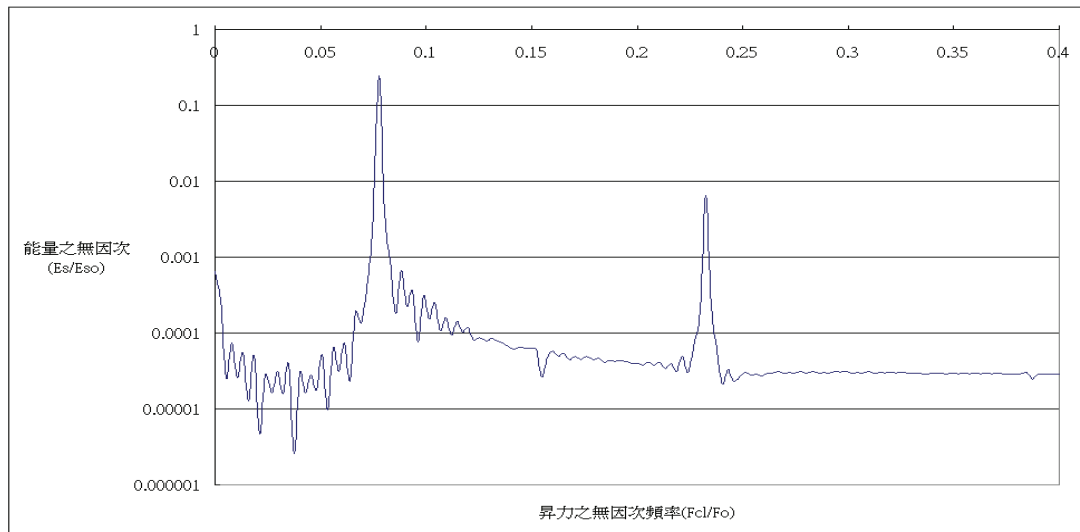


圖 8. 昇力之波譜圖 $Re = 100$, $X_{max} = 0.42$, $Sc = 0.1548$, $f_c / f_o = 0.3887$ 。 f_c 為圓柱振動頻率， ES 為對應之能量。

Figure 8. Spectrum of the lift map, $Re = 100$, $X_{max} = 0.42$, $Sc = 0.1548$, $f_c / f_o = 0.3887$ 。 f_c is oscillating cylinder frequency, ES is corresponding energy.

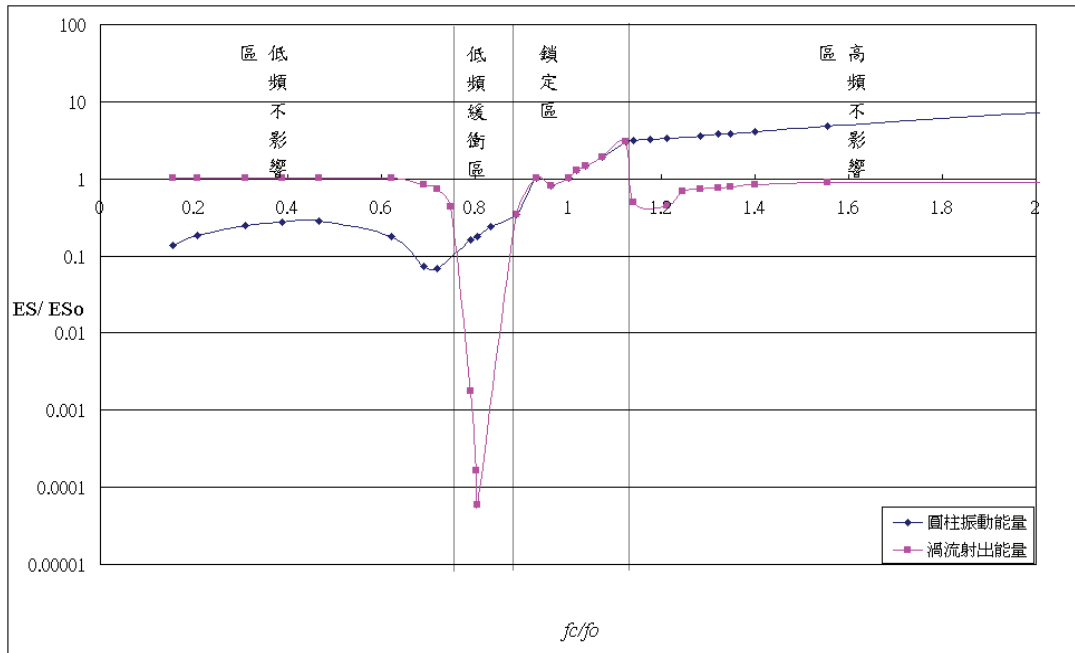


圖 9. 昇力之中圓柱振動頻率(f_c)與渦流射出頻率(f'_o)之能量隨 f_c / f'_o 的變化圖。($Re = 100$)

Figure 9. Lift of the oscillating cylinder frequency (f_c) and frequency eddy current energy injection (f'_o) of the change map. ($Re = 100$)

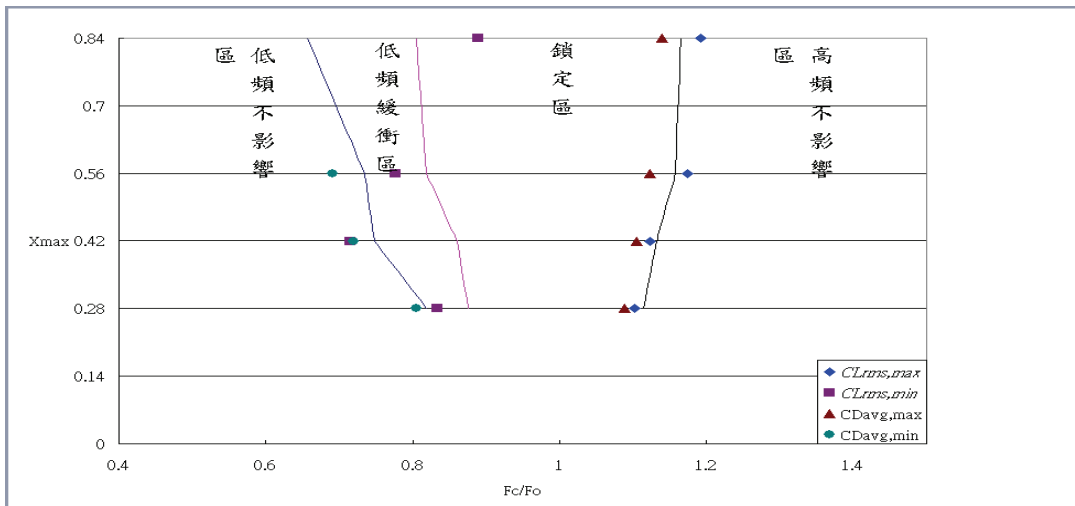


圖 10 不同圓柱振動振幅之頻率區間。實線代表區間分隔線 ($Re = 100$)。 f_c 為圓柱振動頻率，

X_{max} 為圓柱振動振幅。

Figure 10 Cylindrical oscillating amplitude of different frequency range. Real lines are dividing between real lines($Re = 100$). f_c is oscillating cylinder frequency, X_{max} is amplitude of oscillating cylinder.

表三 $Re=100$ 、 $X_{max}=0.28\sim 0.84$ 之振動頻率區範圍

Table 3 $Re=100$ 、 $X_{max}=0.28\sim 0.84$ of area of the oscillating frequency.

X_{max}	0.28	0.42	0.56	0.84
低頻非鎖定區間	$f_c/f_o < 0.819$ ± 0.014	$f_c/f_o < 0.748$ ± 0.007	$f_c/f_o < 0.734$ ± 0.015	$f_c/f_o < 0.656$ ± 0.035
低頻緩衝區間	$0.819 \pm 0.014 < f_c/f_o < 0.875$ ± 0.014	$0.748 \pm 0.007 < f_c/f_o < 0.861$ ± 0.028	$0.734 \pm 0.015 < f_c/f_o < 0.819$ ± 0.014	$0.656 \pm 0.035 < f_c/f_o < 0.805$ ± 0.028
鎖定區間	$0.875 \pm 0.014 < f_c/f_o < 1.115$ ± 0.013	$0.861 \pm 0.028 < f_c/f_o < 1.132$ ± 0.009	$0.819 \pm 0.014 < f_c/f_o < 1.158$ ± 0.018	$0.805 \pm 0.028 < f_c/f_o < 1.166$ ± 0.026
高頻鎖定區間	$1.115 \pm 0.013 < f_c/f_o$	$1.132 \pm 0.009 < f_c/f_o$	$1.158 \pm 0.018 < f_c/f_o$	$1.166 \pm 0.026 < f_c/f_o$

CD_o 皆產生下降趨勢，其局部低值或轉折點存在。之後 CD_{avg} 將逐漸增加，並於鎖定區間右側達到峰值，其中又以 $X_{max}=0.84$ 為最高值， CD_{avg} 為 $CD_o (=1.319)$ 1.442 倍。於離開鎖定區間之後，其阻力會隨不同圓柱振動振幅，產生不同程度下降。其中 $X_{max}=0.84$ 為最低值， CD_{avg} 為 $CD_o (=1.319)$ 0.972 倍，之後阻力將隨圓柱振動頻率增加而增加。

ES 為 CL 第一頻之能量， ES_o 為固定圓柱下 CL 第一頻之能量，隨圓柱振動振幅增加，四個案例之 ES_o 同為 0.296。由圖 13，由左至右可觀察 CL 第一頻之能量比 (ES/ES_o) 與頻率比 (f_c/f_o) 關係，低頻時，其能量比不隨圓柱振動振幅增加而變化約為 $ES/ES_o = 1$ 左右，即 CL 第一頻能量與固定圓柱 CL 第一頻相同，圓柱振動不會影

響其 CL 第一頻能量，表示渦流未受圓柱振動之干擾。進入低頻緩衝區時，其 ES/ES_o 皆

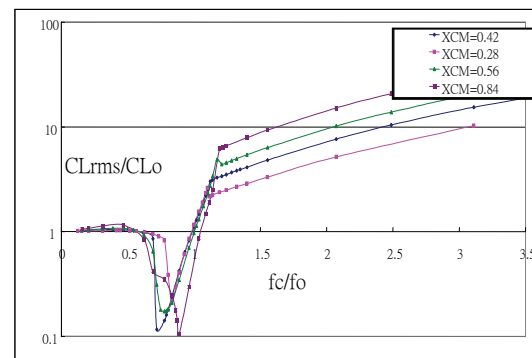


圖 11. 不同圓柱振動振幅之昇力均方根 CL_{rms} 比與 f_c/f_o 之關係圖。圖中 XCM 為 X_{max} 。($Re = 100$)

Figure 11. Different cylindrical root-mean-square oscillating amplitude of the lift CL_{rms} of ratio and f_c/f_o of the relationship between the map. ($Re = 100$)

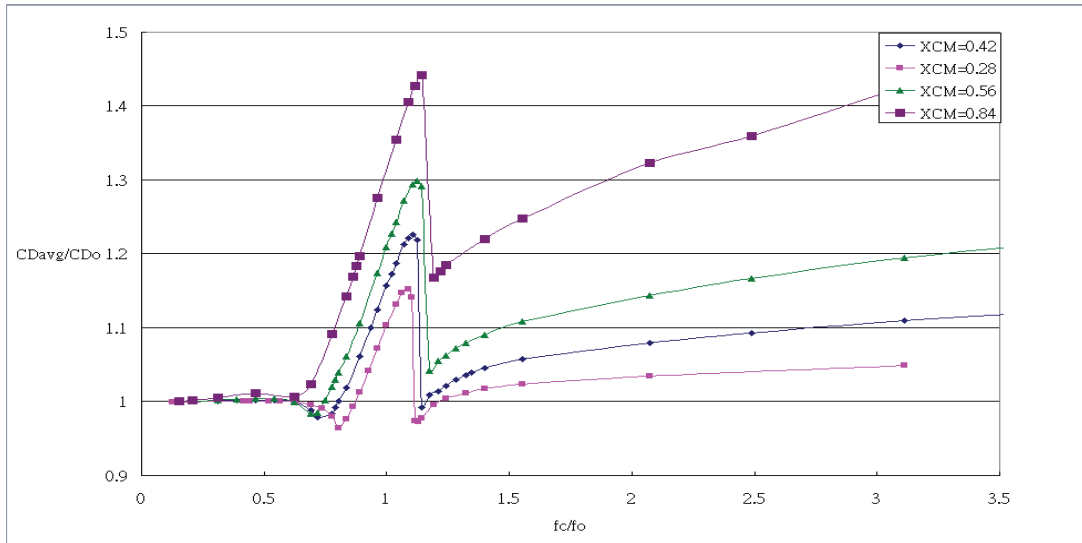


圖 12. 不同圓柱振動振幅之平均阻力 CD_{avg} 比與 f_c/f_o 之關係圖 ($Re = 100$)。

Figure 12. Different from the average amplitude of oscillating cylinder resistance of the ratio and f_c/f_o of the relationship map. ($Re = 100$)

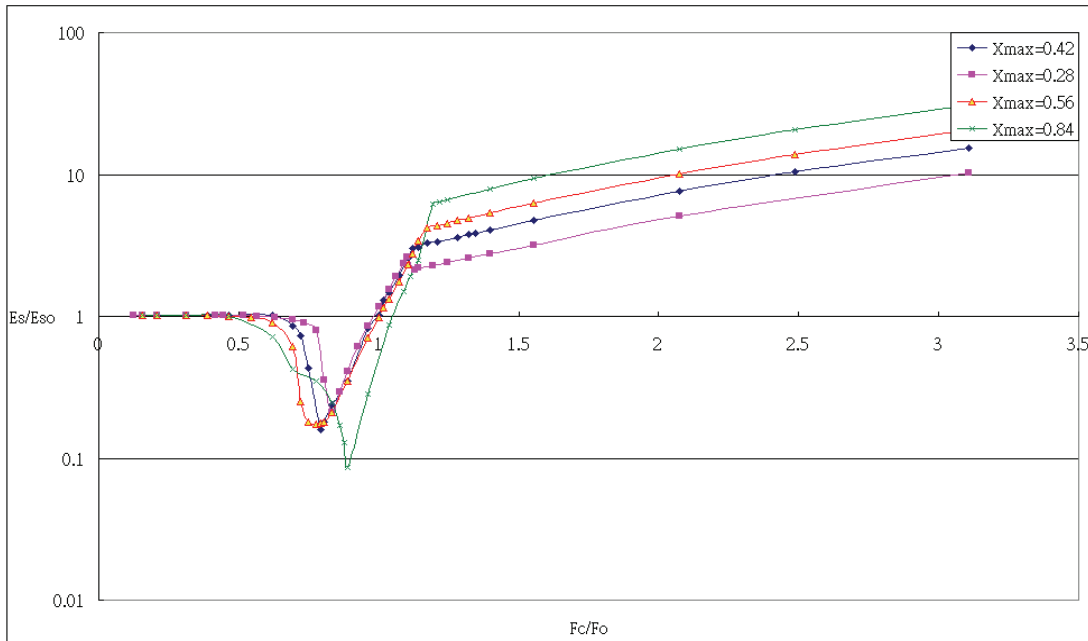


圖 13. 不同圓柱振動振幅 CL 之第一頻能量比與 f_c/f_o 之關係圖 ($Re = 100$)。

Figure 13. The first-frequency energy of the ratio and f_c/f_o for different oscillating cylinder amplitude CL. ($Re = 100$)

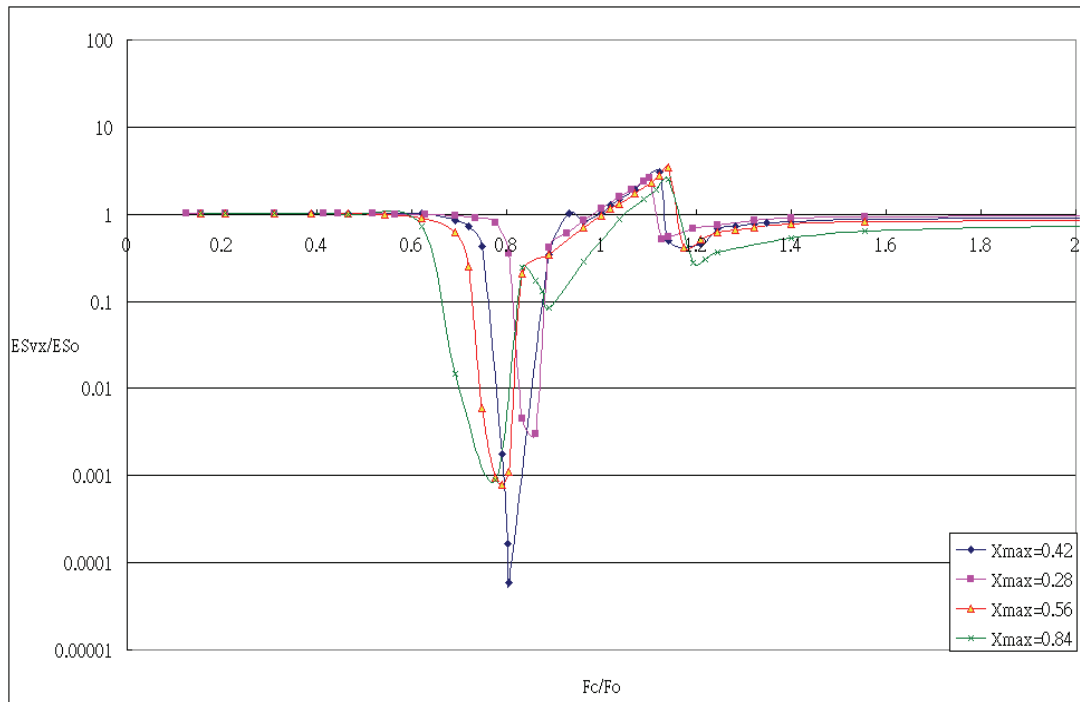


圖 14. 不同圓柱振動振幅之渦流射出能量比與 f_c/f_0 之關係圖 ($Re = 100$)。

Figure 14. Oscillating amplitude of the different cylindrical vortex energy injection of the ratio and f_c/f_0 of the relationship map. ($Re = 100$)

則急速下降至最低值，其以 $X_{max}=0.84$ 者下降幅度最多，其 CL 第一頻能量能弱化到固定圓柱之 CL 第一頻能量 0.0855 倍。之後在鎖定區間時，其能量逐漸增加並達到峰值，當 $X_{max}=0.84$ 時， CL 第一頻能量能強化到固定圓柱之 CL 第一頻能量 6.21 倍為最多。接著向右到達高頻非鎖定區間之後，則隨著圓柱振動頻率增加而持續變大，表示圓柱振動造成之能量大到不受渦流之干擾。隨著圓柱振動振幅增加，能量比之峰值與低值，其值往高頻移動現象，且能量比之峰值隨著圓柱振動振幅增加而增加，而最低值則是隨著圓柱振動振幅增加而降低。能量比大於 1，表示渦流因與圓柱振動互相影響而被強化。

由圖 14 渦流的變化，當低頻時，其渦流能量不隨圓柱振動頻率增加而變化，皆約在 $ES/ES_0 = 1$ 左右，即圓柱振動不會影響渦流能量，其表示渦流未受圓柱振動干擾。進入低頻緩衝區時，渦流能量快速下降到最低值。進入鎖定區時，其能量會逐漸增加，並於鎖定區間高頻側達到峰值。然在離開鎖定區間之後將稍微下降，然而不如低頻緩衝區間明顯。向右到達高頻非鎖定區間後，渦流射出能量會隨著圓柱振動頻率增加而趨近 $ES/ES_0 = 1$ ，其表示渦流之能量，已不受圓柱振動干擾。然而圓柱振動頻率越大，振動振幅之渦流能量，於高頻不影響區間，可區分出曲線，在低頻不影響區間，皆在

ES/ES₀ = 1 左右，其原因有待後續研究。

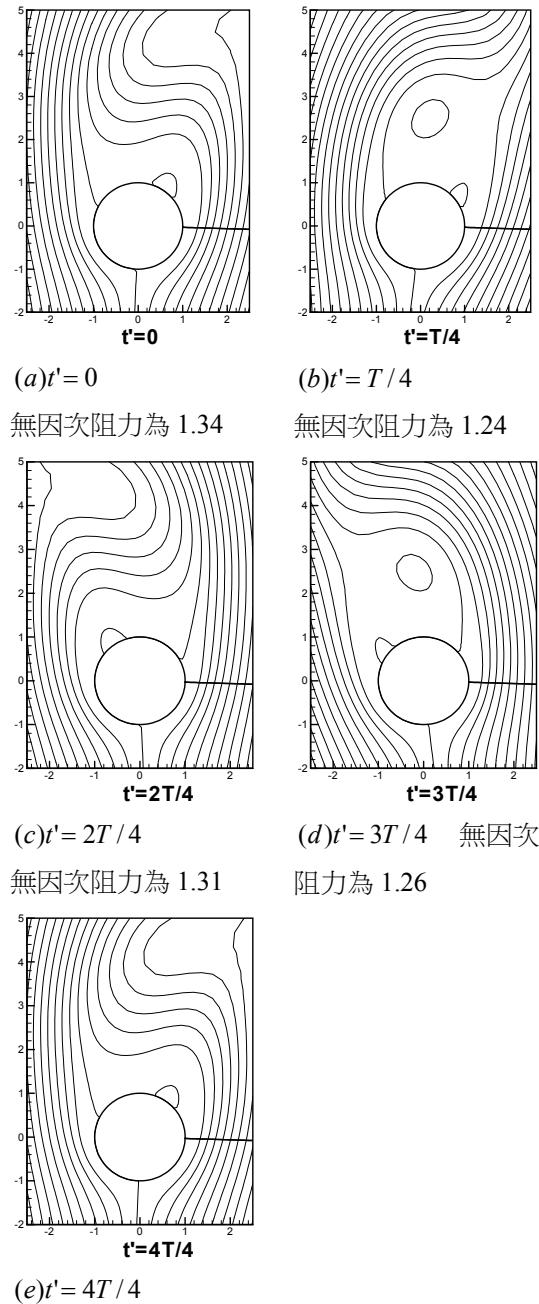
4. 昇力均方根、平均阻力與各區間之關係

由圖 10 與圖 11，四個案例之 CL_{rms}/CL_0 尖峰 (◇) 皆發生於鎖定區間之高頻界限附近。隨著圓柱振動振幅增加， CL_{rms}/CL_0 之尖峰頻率由 1.12 上升 1.19，推測 CL_{rms}/CL_0 尖峰頻率隨著圓柱振動振幅增加而遠離 $f_c/f_0 = 1$ 。而四個案例之 CL_{rms}/CL_0 之最低值 (□) 則皆在低頻緩衝區內，除 $X_{max} = 0.84, 0.42$ 案例外。 CL_{rms}/CL_0 之低峰頻率由 0.72 上升 0.89，推測逼近 $f_c/f_0 = 1$ 。然而最低值呈現不規律狀態，可能為資料不足所造成誤差，其有待調查。

由圖 10 與圖 12，發現四個案例之 CD_{avg}/CD_0 峰值 (△) 皆位於鎖定區間之高頻側，且其頻率都十分接近 CD_{avg}/CD_0 尖峰頻率。隨著圓柱振動振幅增加， CD_{avg}/CD_0 尖峰頻率由 1.089 上升至 1.141。另外，也發現高頻非鎖定區間內， CD_{avg}/CD_0 值產生一個轉折，如圖 12 所示。

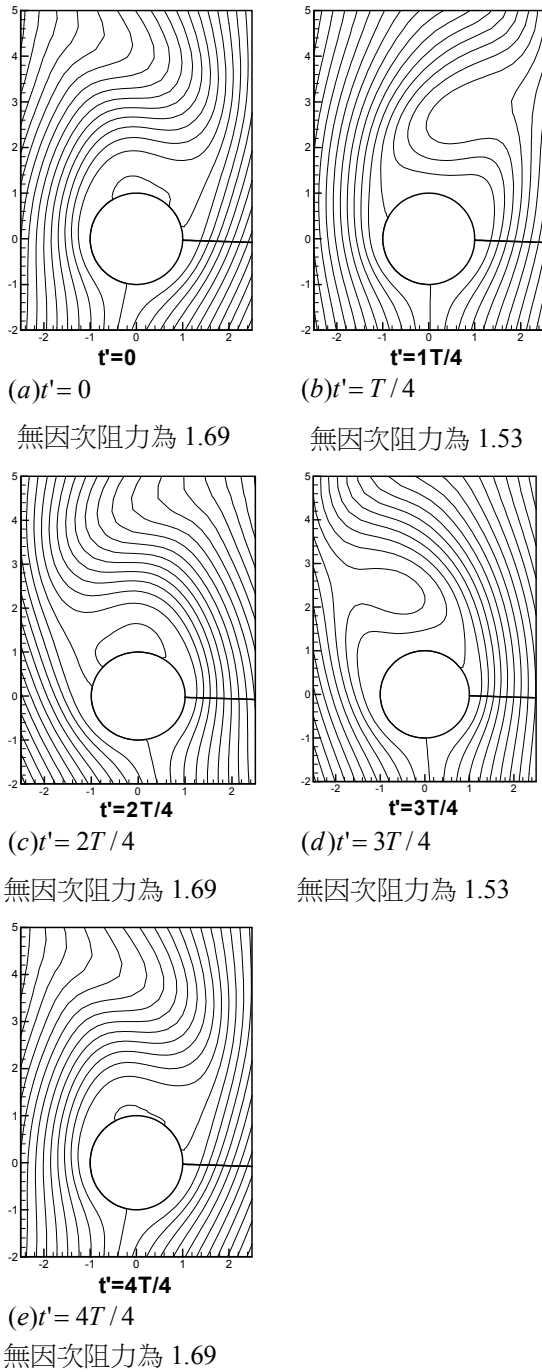
5. 流場與阻力關係

在圖 15(a) ($Sc = 0.1175$, $Re = 100$, $X_{max} = 0.42$)；圖 16 (a) ($Sc = 0.1175$, $Re = 100$, $X_{max} = 0.42$)，兩個案例比較於 $t' = 0$ 時發現於各區間阻力對圓柱後方分離泡影響，於緩衝區間，為無因次平均阻力局部最小，其分離泡為二案例中較小。於圖 15(c)、圖 16(c) $2T/4$ 同樣發現於緩衝區間，為無因次平均阻力局部最小，其分離泡為兩個案例中較小。如圖 15(b)、圖 16(b) 中， $t' = T/4$ 時，分離流線皆於右側，然而鎖定區間(阻力尖峰的案例)，沒有分離泡存在，因取位置剛好為分離泡射出，新的分離泡未生成，而緩衝區間(阻力局部最小的案例)，為兩個案例中



振動圓柱 $Re=100$ $X_{max}=0.42$ $Sc=0.1778$

圖 15 平均阻力局部最小流線圖
Figure 15 streamline chart of local minimum resistance



振動圓柱 $Re=100$ $X_{max}=0.42$ $Sc=0.1157$

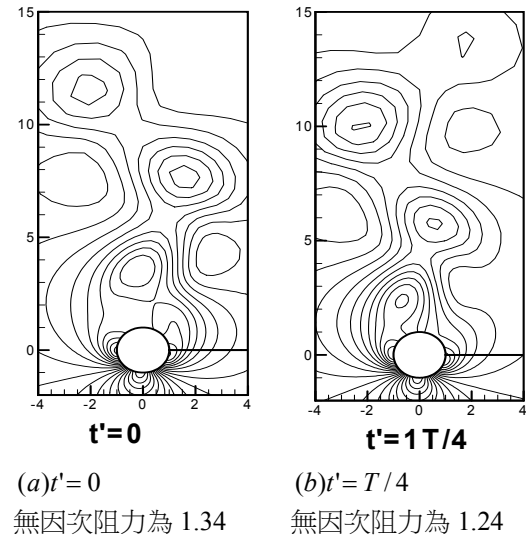
圖 16 平均阻力尖峰流線圖

Figure 16 streamline chart of peak resistance

存在分離泡。

在圖 15(d)、圖 16(d)中， $t'=3T/4$ 時，除分離流線皆於左側，鎖定區間(阻力尖峰案例)，同樣無分離泡存在，因取的位置剛好為分離泡射出，新的分離泡未生成，而緩衝區間(阻力局部最小的案例)，同樣是兩個案例中存在分離泡。另外阻力尖峰與阻力局部最小，同樣從 $t'=0$ 到 $t'=T$ ，將返回起動之位置，流線圖也恢復其最初圖案。

圖 17(a)、圖 18(a)兩個案例之等壓線比較圖。圖中可以觀察到，各區間阻力對圓柱後方渦流的影響，在緩衝區間，也是平均阻力局部最小(昇力局部也最小)的時候，圓柱後方渦流較另一個案少，且各渦流中心之距離比另一個案例長。而在圖 17(b)、圖 18(b)中，也是 $t'=T/4$ 時，可以發現緩衝區間(阻力局部最小的案例)，其圓柱後方第一個

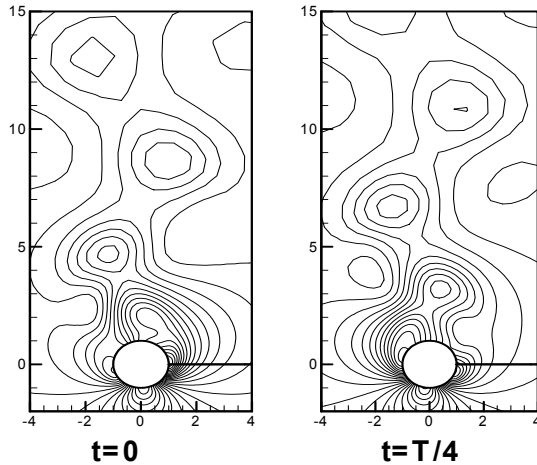


振動圓柱 $Re=100$ $X_{max}=0.42$ $Sc=0.1157$

圖 17 平均阻力局部最小等壓線圖

Figure 17 pressure resistance local minimum chart of the averagely

渦流，其渦流中心與圓柱中心距離，會比另一個案例要來的長。圖中也可以觀察到，鎖定區間(阻力尖峰的案例)，其圓柱後方之渦流，各中心距離是兩個案例中較短的，而且壓力分佈較密。



(a) $t' = 0$

無因次阻力為 1.69

(b) $t' = T/4$

無因次阻力為 1.53

振動圓柱 $Re=100$ $X_{max}=0.42$ $Sc=0.1778$

圖 18 平均阻力尖峰等壓線圖

Figure 18 pressure chart of the averagely peak resistance

結論

本文成功地發展出往復橫向振動圓柱之數值模式。經與前人結果驗證尚令人滿意。

依據昇力、阻力各主要頻率之變化，將圓柱振動分為鎖定、不影響、以及緩衝等三類區間。在鎖定區間，昇力與阻力隨圓柱振動振幅增大而變大，且皆在鎖定右限附近達到尖峰；於不影響區間，渦流頻率不受圓柱振動頻率影響；緩衝區間則出現局部最低點。

隨著振幅越大，鎖定區間之範圍越大；昇力與阻力之局部峰值皆越大；能量比之峰值與低值則會往高頻移動，能量比之峰值會增加，而最低值則會降低。

另外，以流線圖與等壓線圖比較振動圓柱對流場之影響。發現在緩衝區分離泡較長。也發現平均阻力最低值發生在緩衝區間；阻力尖峰則出現在鎖定區間，而且壓力分佈較密。

參考文獻

1. 陳盈志(2007)「通過橫向振動圓柱流場之數值模擬」，逢甲大學水利工程學系碩士班碩士論文，155 頁。
2. Cheng, C. H., J. L. Hong, and Win Aung, 1997, Numerical Prediction of Lock-on Effect on Convective Heat Transfer From a Transversely Oscillating Circular Cylinder, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 40, No. 8., pp. 1825~1834.
3. Chilukuri, R., 1987, Incompressible Laminar Flow Past a Transversely Vibrating Cylinder, *ASME, J. Fluids Engineering*, Vol. 109, pp. 166~171.
4. Gu, W., C. Chyu, and D. Rockwell, 1994, Timing of Vortex Formation from an Oscillating Cylinder, *Physics of Fluids*, 6, pp. 3677~3682.
5. Hurlbut, S. E., M. L. Spaulding, and F. M. White, 1982, Numerical Solution for Laminar two Dimension Flow about a Cylinder Oscillating in a Uniform Stream, *J. Fluids Engineering*, Vol. 104, pp. 214~222.

6. Lu, X. Y. and C. Dalton, 1996, Calculation of the Timing of Vortex Formation from an Oscillating Cylinder, *J. of Fluids and Structures*, 10, pp. 527~541.
7. Oseen, C. W., 1910, Über die Stokessche Formel und über die verwandte Aufgabe in der Hydrodynamik, *Arkiv Mat., Astron., Fysik*, pp. 6~29.
8. Panton, R. L., 1996, *Incompressible Flow*, pp. 388~389.
9. Proudman, I. and J. R. A. Pearson, 1957, Expansions at Small Reynolds Number for the Flow Past a Sphere and a Circular Cylinder, *J. Fluid Mech.*, Vol. 2, pp. 237~262.
10. Tanida, Y., 1973, Stability of a Circular Cylinder Oscillating in Uniform Flow or in a Wake, *J. Fluids Mech.*, Vol. 61, pp. 769~784.

98 年 03 月 08 日 收稿

98 年 03 月 18 日 修改

98 年 05 月 06 日 接受