

集水區暴雨與逕流關係個案研究

洪益發⁽¹⁾ 梁昇⁽²⁾

摘要

台灣山地面積佔了全島面積的三分之二，由於平地有限，致使人口逐漸往山區遷移，連帶其經濟活動亦在山區發展。而台灣位於西太平洋，每年遭受颱風侵襲的機率甚高。颱風帶來的豪大雨，由於降雨時間集中而且雨量甚大，產生的逕流常造成山崩地滑、土石流及洪水漫溢等災害，對民眾的生命與財產有很大的威脅。為了減少這些災害所造成的損失，暴雨與逕流的關係一直是各界研究及討論的重點。如果可以由已經降下的暴雨量，去推算未來可能的逕流量，則對於防災工作的幫助很大。

逕流來自於降雨，降雨愈多逕流愈多，兩者呈正比例關係，但是此一關係會受到集水區地形與地貌之影響，所以並非完全是等比例關係。本研究先以迴歸分析探討集水區暴雨與逕流關係，由於其分析結果尚難以符合集水區多變之水文特性，所以再用模糊邏輯補充分析之。

模糊集合是相對於傳統明確集合的另一種概念，傳統明確集合的元素是 0 與 1，沒有中間的過渡地帶。模糊集合容許在 0 與 1 之間存有無限的可能，是多元的，更能貼近真實世界的內涵。

本研究選用台灣中部地區烏溪流域之惠蓀雨量站及南北通橋水位站，以颱風暴雨或其他豪大雨案例，解析集水區暴雨與逕流關係。

(**關鍵詞**：集水區、暴雨、逕流、迴歸、模糊、烏溪)

A Case Study on the Relation between Rainstorm and Runoff of a Watershed

Yi-Fa Hung and Sheng Liang

Department of Soil and Water Conservation,
National Chung-Hsing University, Taichung, 402, Taiwan, R.O.C.

ABSTRACT

About the two-thirds of Taiwan island area is mountain, the plan area is so litter. People gradually move to live in mountains district, and then the economic activity been developed at there. But Taiwan is located in the West Pacific Ocean, the probability of attacked by typhoon is highly. The typhoon rainstorm always makes hazards of landslide, debris flow, and flooding; it is a heavy threat for people lives and their properties. In order to mitigate the hazards, the relation between rainstorm and runoff is the key point of studying and attention. It will be a great help for hazards mitigation, if we can estimate the future runoff from the rainstorm occurred.

(1) 中興大學水土保持學系博士班研究生

(2) 中興大學水土保持學系教授

The runoff is from the rainfall, if the rainfall more and then the runoff more, the positive scale relation existed between rainfall and runoff. The relation, influenced by the watershed factors of hydrology and geometry, is nonlinear. This paper first study the relation between rainstorm and runoff by regression method. Because the output of regression can not fit well the variable characters of watershed, it is need studied more by some other methods, this paper taking the fuzzy logic in.

The fuzzy set is the other new concept relating to the tradition crisp set. The elements of crisp set are 0 and 1, being extremely binary, and no transition zone existed between 0 and 1. But the elements of the fuzzy set are infinite, being multidimensional and closer to the real world.

This paper takes a case study of Wu River in central Taiwan area, picking up a rainfall observed station called Huei-Sun and a river stage observed station called Nan-Bei-Tong Bridge.

(Keywords : watershed, rainstorm, runoff, regression, fuzzy, Wu River)

一、前言

台灣位於西太平洋，每年遭受颱風侵襲的機率甚高，集水區在颱風或豪大雨期間降下的暴雨，由於降雨時間集中而且雨量甚大，產生的逕流常造成山崩地滑、土石流及洪水漫溢等災害，對民眾的生命與財產有很大的威脅。

台灣由於山地佔了全島面積的三分之二，平地面積有限，致使人口逐漸往山區遷移，連帶其經濟活動亦在山區發展，所以受到洪水災害的損失更大。如何減少災害的發生以降低損失，一直是各界努力的目標。

逕流來自於降雨，降雨愈多則逕流就愈多，兩者呈正比例關係。但是此一關係會受到集水區地形與地貌之影響，所以並非完全是等比例關係。在水文學領域，研究降雨與逕流關係的數理方法很多，其中較知名的有：單位歷線法(unit hydrograph)、水筒模式法(tank model)、SCS 法、貯蓄函數法(storage function)及 HEC-1 模式法等。

如果可以由已經降下的暴雨量，去推算未來可能的逕流量，提早發出警訊提醒大家注意，則對於防災工作是有幫助的。因為降雨量的量測方法簡易，最重要的是降雨發生時間早於逕流，可以讓我們有寶貴的時間因

應洪水的變化。

自天而降的雨量到達地面後，扣除地上截留、地表滯蓄、地下入滲等損失量之後，剩下的就是地表逕流，損失量的多寡跟集水區的水文及地文有關。因為集水區影響逕流之機制，其內容頗為複雜，且變異性又大，很難精準對其歸納並量化之，所以集水區的逕流與暴雨關係，一般而言不是呈現等比例之漸增關係。

模糊集合(fuzzy set)的概念是由加州大學 Lotfi A. Zadeh 教授(1964)提出，模糊集合是相對於傳統明確集合(crisp set)的另一種概念，傳統明確集合的元素是 0 與 1、是二元的、沒有中間的過渡地帶，非黑即白，這與真實世界的現象不盡相符。所以模糊集合容許在 0 與 1 之間存有無限的可能，是多元的，除了黑與白兩種極端之外，中間還有灰，而且是各種不同程度的灰，如此將更能貼近真實世界的內涵。模糊集合經過二十年的理論發展期，自 1980 年代末期起，模糊系統(fuzzy system)已經成功應用在很多領域，包括商品製造、工業流程及自動化控制等。

本研究先以線性迴歸分析集水區暴雨及逕流關係，再將暴雨觀測數據模糊處理，並重新線性迴歸分析之，以克服集水區暴雨及逕流之間複雜多變的非線性關係。研究案例

選用台灣中部地區烏溪流域惠蓀雨量站及北通橋水位站，在颱風或豪大雨期間之每小時水文觀測紀錄。

二、暴雨與逕流關係

逕流來自於降雨，降雨愈多則逕流就愈多，兩者呈正比例關係。但是此一關係會受到集水區地形與地貌之影響，所以並非完全是等比例關係。在水文學領域，研究降雨與逕流關係的數理方法很多，其中較知名的有：單位歷線法(unit hydrograph)、水筒模式法(tank model)、SCS 法、貯蓄函數法(storage function)及 HEC-1 模式法等。

自天而降的雨量到達地面後，扣除地上截留、地表滯蓄、地下入滲等損失量之後，剩下的就是地表逕流，損失量的多寡跟集水區的水文及地文因子有關。就水文因子之影響而言，若在暴雨之前曾下了雨，因土壤之含水量較多，則入滲量較少，所以逕流量較多；相反地若在暴雨之前久旱不雨，則土壤之含水量稀少，入滲量較多，所以逕流量較少。

在地文因子之影響，若地形的坡降較陡，則逕流的流速較快，無充分時間入滲土壤，所以損失量較少，逕流量較多；若地貌的植被情況較佳，則逕流的流速較慢，有充分時間入滲土壤，所以逕流損失量較多，逕流量卻較少。

一般而言，逕流的量測工作難度較高，且不易準確。這是因為逕流不是直接量測，而是間接量測溪床之上水位、通水面積及水流速度，以建立溪床水位及逕流之關係曲線。但由於溪床的通水面積會受到底床沖淤影響而變化，尤其是洪水來臨及退水期間之變化更是顯著，而且此時水流速度之量測也因為流速較快而較難準確。

相反地，降雨的量測精度就相對較高，

因為降雨的量測方法比較簡單。由於降雨的發生時間早於逕流，所以在颱風或豪大雨期間，若由已知之暴雨觀測數據，再間接去預估未來可能之逕流量，則會比較有寶貴的時間去躲避逕流造成的災害，所以集水區暴雨與逕流的關係是研究的重點。

不過遺憾的是，在颱風或豪大雨期間由於風強雨大，導致量測儀器受損機會甚高，常常造成暴雨紀錄或逕流紀錄中斷而數據短缺，以及量測誤差偏大等問題，致使研究工作相對困難。

三、研究方法

(一) 迴歸分析

探討因變數(dependent variable) Y 與自變數(independent variable) X 之間的數量關係，並建立其數學模型，以應用在未來由已知的自變數數值，去推估因變數數值，謂之迴歸分析(regression analysis)。迴歸分析就自變數的個數而言，可分為一元(X)及多元(X_1, X_2, \dots)，並依自變數與因變數關係之線型，再分成線性(linear)及非線性(nonlinear)。本研究是以多元線性迴歸(multiple linear regression)分析探討集水區暴雨(X)與逕流(Y)之關係，所以僅就其理論敘述如下：

1. 多元線性迴歸

假設自變數 x_1, x_2, \dots, x_p 與因變數 Y 之間存在線性關係，且有 N 組觀測數據，則

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 x_{11} + \beta_2 x_{12} + \dots + \beta_p x_{1p} + \varepsilon_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 x_{21} + \beta_2 x_{22} + \dots + \beta_p x_{2p} + \varepsilon_2 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ y_N &= \beta_0 + \beta_1 x_{N1} + \beta_2 x_{N2} + \dots + \beta_p x_{Np} + \varepsilon_N \end{aligned}$$

式(1)可以矩陣表示 (1) 或 $\mathbf{Ab} = \mathbf{B}$ (8)
其中

$$\mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2)$$

$\boldsymbol{\varepsilon}$ 是隨機項(random component)。

若以最小二乘法(least squares method)對式(2)之 $\boldsymbol{\beta}$ 進行估計，假設 $b_0, b_1, b_2, \dots, b_p$ 分別是 $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ 的估計結果，則多元線性迴歸方程式為

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_px_p \quad (3)$$

迴歸值 \hat{y} 與觀測值 y 的偏離越小，則表示迴歸的結果越好，所以依照最小二乘法，對於迴歸值 \hat{y} 與觀測值 y 的偏離平方和(error sum of squares)Q，微分之，可以得到偏離的最小值。

$$Q = \sum_{\alpha=1}^N (y_{\alpha} - \hat{y}_{\alpha})^2 = \sum_{\alpha=1}^N (y_{\alpha} - b_0 - b_1x_{\alpha 1} - \dots - b_px_{\alpha p})^2 \quad (4)$$

對式(4)微分，得到式(5)

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial b_0} &= -2 \sum_{\alpha=1}^N (y_{\alpha} - \hat{y}_{\alpha}) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial b_j} &= -2 \sum_{\alpha=1}^N (y_{\alpha} - \hat{y}_{\alpha}) \cdot x_{\alpha j} = 0 \\ j &= 1, 2, \dots, p \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)展開後如式(6)

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha=1}^N (y_{\alpha} - b_0 - b_1x_{\alpha 1} - \dots - b_px_{\alpha p}) &= 0 \\ \sum_{\alpha=1}^N (y_{\alpha} - b_0 - b_1x_{\alpha 1} - \dots - b_px_{\alpha p}) \cdot x_{\alpha j} &= 0 \\ j &= 1, 2, \dots, p \end{aligned} \quad (6)$$

式(6)的矩陣形式是

$$(\mathbf{x}'\mathbf{x})\mathbf{b} = \mathbf{x}'\mathbf{y} \quad (7)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2p} \\ 1 & x_{31} & x_{32} & \dots & x_{3p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{N1} & x_{N2} & \dots & x_{Np} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} \quad (10)$$

式(8)之矩陣 \mathbf{b} 即是迴歸方程式(3)的係數 $b_0, b_1, b_2, \dots, b_p$ 之解。

在式(8)的等號兩邊，同時乘以矩陣 \mathbf{A} 的反矩陣(inverse matrix) \mathbf{A}^{-1} ，可以解出矩陣 \mathbf{b} 。

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} = (\mathbf{x}'\mathbf{x})^{-1}\mathbf{x}'\mathbf{y} \quad (11)$$

2. F 檢定

多元線性迴歸方程式求出之後，為了確認先前對於線性迴歸之假設無誤，須再進行統計假設之檢定(testing statistical hypotheses)。

由線性迴歸之結果，可求得總離差的平方和(total sum of squares) $S_{\#}$

$$\begin{aligned} S_{\#} &= \sum_{\alpha=1}^N (y_{\alpha} - \bar{y})^2 = \sum_{\alpha=1}^N [(y_{\alpha} - \hat{y}_{\alpha}) + (\hat{y}_{\alpha} - \bar{y})]^2 \\ &= \sum_{\alpha=1}^N (y_{\alpha} - \hat{y}_{\alpha})^2 + \sum_{\alpha=1}^N (\hat{y}_{\alpha} - \bar{y})^2 + \sum_{\alpha=1}^N 2(y_{\alpha} - \hat{y}_{\alpha})(\hat{y}_{\alpha} - \bar{y}) \end{aligned} \quad (12)$$

由式(5)，可知式(12)之最末一項

$$\sum_{\alpha=1}^N 2(y_{\alpha} - \hat{y}_{\alpha})(\hat{y}_{\alpha} - \bar{y}) = 0$$

所以式(12)的等號右邊剩下兩項

$$S_{\text{總}} = \sum_{\alpha=1}^N (y_{\alpha} - \hat{y}_{\alpha})^2 + \sum_{\alpha=1}^N (\hat{y}_{\alpha} - \bar{y})^2 \quad (13)$$

式(13)的等號右邊第二項，是迴歸值與觀測值平均之離差的平方和，代表自變數 (x_1, x_2, \dots, x_p) 對因變數 (y) 的影響程度，謂之迴歸平方和 (regression sum of squares) $S_{\text{迴}}$ ，其自由度 (degree of freedom) $f_{\text{迴}} = p$ 。

式(13)的等號右邊第一項，是觀測值與迴歸值之離差的平方和，代表來自觀測誤差或其他未知原因之影響程度，謂之剩餘平方和 (residual sum of squares) $S_{\text{剩}}$ ，其自由度 $f_{\text{剩}} = N - p - 1$ 。

由上述可知，若總離差平方和中的迴歸平方和所佔的比例較高，則迴歸結果較好。反之若是剩餘平方和所佔的比例較高，則迴歸結果較差。

如果因變數 (y) 與自變數 (x_1, x_2, \dots, x_p) 之間沒有線性關係，則式(2)之一次項的係數 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ 均應等於零。所以要檢定(test)因變數 (y) 與自變數 (x_1, x_2, \dots, x_p) 之間是否有線性關係，只需檢定下列假設(hypothesis)是否成立。

$$H_0 : \beta_1 = 0, \beta_2 = 0, \dots, \beta_p = 0 \quad (14)$$

因為 $S_{\text{迴}} / \sigma^2$ 符合 $\chi^2(p)$ 統計分布，且 $S_{\text{剩}} / \sigma^2$ 亦符合 $\chi^2(N - p - 1)$ 統計分布， $S_{\text{迴}}$ 與 $S_{\text{剩}}$ 又個自獨立，所以統計量 F

$$F = \frac{S_{\text{迴}} / p}{S_{\text{剩}} / (N - p - 1)} \quad (15)$$

會符合 $F(p, N - p - 1)$ 統計分布。在已知之顯著水準(level of significance) α 下，統計量 F 應滿足

$$P[F \leq F_{\alpha}(p, N - p - 1)] = 1 - \alpha \quad (16)$$

對於已知之顯著水準 α ，可由 F 表查得特定之 $F_{\alpha}(p, N - p - 1)$ 的值。若由式(15)計算而得的統計量 F ，大於 $F_{\alpha}(p, N - p - 1)$ ，則在顯著水準 α 下，可以拒絕假設 H_0 。這代表該線性迴歸方程式是顯著的，否則該線性迴歸方程式為不顯著。

以上所述是針對迴歸方程式是否顯著之檢定，接下來還須對於迴歸方程式中的個別自變數是否顯著進行檢定，以剔除不顯著的自變數。檢定自變數 x_j 是否顯著，等於檢定下列假設是否成立。

$$H_0 : \beta_j = 0 \quad (17)$$

統計量 F

$$F = \frac{(b_j - \beta_j)^2 / c_{jj}}{S_{\text{剩}} / (N - p - 1)} \quad (18)$$

符合 $F(1, N - p - 1)$ 統計分布。其中 C_{jj} 是相關矩陣 $C = A^{-1}$ 的對角線上第 j 個元素。

在式(17)之假設下，因 $\beta_j = 0$ ，所以式(18)可以改寫成式(19)，以式(19)之統計量 F 去檢定係數 b_j 是否顯著。

$$F = \frac{b_j^2 / c_{jj}}{S_{\text{剩}} / (N - p - 1)} \quad (19)$$

對於已知之顯著水準 α ，可由 F 表查得特定之 $F_{\alpha}(1, N - p - 1)$ 的值。若由式(17)計算而

得的統計量 F_j ，大於 $F_{\alpha}(1, N - p - 1)$ ，則在顯著水準 α 下，可以拒絕假設 H_0 。這代表該自變數 x_j 是重要變數，必須留在線性迴歸方程式中。否則就是不顯著，代表該自變數 x_j 不重要，可以從線性迴歸方程式中剔除。

3. 複相關係數

相關係數(correlation coefficient)是描述變數之間關係密合程度之指標，常以小寫字母 r 表示。判定係數 (determination coefficient)是相關係數的平方，以大寫字母 R^2 表示。 r 及 R^2 的數值皆介於 0 與 1 之間，數值越大，代表變數之間的關係程度越高。

$$R^2 = \frac{S_{迴}}{S_{總}} = \frac{\sum_i (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2} \quad (20)$$

$$r = \sqrt{R^2}$$

複相關(multiple correlation)係數是描述因變數(y)與自變數(x_1, x_2, \dots, x_p)之間關係密合的程度，可用相關係數或判定係數表示。

4. 偏相關係數

在多元迴歸分析時，若全部的變數，包括因變數與自變數總共有 $p+1$ 個 (y, x_1, x_2, \dots, x_p)，則任兩個變數之間的相關係數謂之偏相關係數(partial correlation coefficient)。所以可以應用偏相關係數，計算因變數(y)與任一自變數(x_1, x_2, \dots, x_p)之間的關係程度。式(21)是 p 個自變數(x_1, x_2, \dots, x_p)，兩兩之間及與因變數(y)的相關係數組成的行列式(determinant)。

$$\Delta = \begin{vmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1p} & \gamma_{1y} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \cdots & \gamma_{2p} & \gamma_{2y} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \gamma_{p1} & \gamma_{p2} & \cdots & \gamma_{pp} & \gamma_{py} \\ \gamma_{y1} & \gamma_{y2} & \cdots & \gamma_{yp} & \gamma_{yy} \end{vmatrix} \quad (21)$$

其中之 γ_{ij} 及 γ_{iy} 定義如下：

$$\gamma_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n (x_{ki} - \bar{x}_i)(x_{kj} - \bar{x}_j)}{\sqrt{\sum_{k=1}^n (x_{ki} - \bar{x}_i)^2 \sum_{k=1}^n (x_{kj} - \bar{x}_j)^2}} \quad (i, j = 1, 2, \dots, p) \quad (22)$$

$$\gamma_{iy} = \gamma_{yi} = \frac{\sum_{k=1}^n (x_{ki} - \bar{x}_i)(y_k - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{k=1}^n (x_{ki} - \bar{x}_i)^2 \sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2}} \quad (i = 1, 2, \dots, p) \quad (23)$$

所以因變數 y 與任一自變數 x_i 的偏相關係數 γ_{yx_i} 。

$$\gamma_{yx_i} = \frac{-\Delta_{iy}}{\sqrt{\Delta_{yy} \cdot \Delta_{ii}}} \quad (24)$$

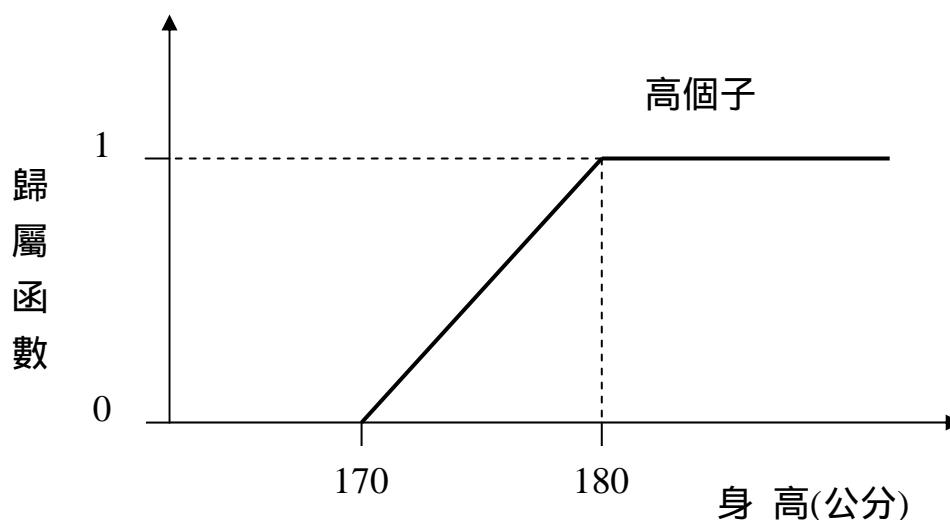
式中 Δ_{iy} 、 Δ_{yy} 、 Δ_{ii} 分別是式(21) 行列式 Δ 的元素 γ_{iy} 、 γ_{yy} 、 γ_{ii} 之餘因式(cofactor)。

(二) 模糊邏輯

1. 模糊集合

傳統集合對於事物的描述都是很明確的，舉例來說，假設男性成人的身高如果在 180 公分以上就算是高個子，亦即 179 公分以下者就不是高個子。縱使 179 只比 180 少 1 公分，這雖然不太合理，但卻符合傳統集合的邏輯。

在模糊集合的邏輯裡，可以對於上述現象給予適當的處理，模糊邏輯引進歸屬函數 (membership function) 的概念。例如吾人可以在 180 公分與 170 公分之間建立一段中間過渡地帶，如圖一所示。亦即 170 公分以下之



圖一. 高個子之歸屬函數

Figure 1. Membership function of tall height

身高不算是高個子，但是從 170 公分以上，隨著 171 公分、172 公分、...之歸屬函數逐漸逼近 1，表示其身高值也逐漸邁入高個子領域。亦即愈接近 180 公分之身高值，就愈像是高個子。

2. 模糊化

將變數之值不再侷限於 0 和 1 兩種可能，而改成屬於 0 與 1 區間之任何數值，即是變數模糊化。變數之模糊化通常以歸屬函數表示之，常用的歸屬函數型態有三角形歸屬函數、梯形歸屬函數、高斯(Gaussian)歸屬函數等，圖二即為這些歸屬函數之圖例。

3. 模糊規則

語意式(linguistic)變數在模糊邏輯中扮演非常重要的角色，模糊規則(fuzzy rule)就是在語意式變數之間建立一種模糊關係，然後再依照此一模糊關係去進行語意式變數的模糊推論(fuzzy reasoning)。

語意式變數是一種使用語文來表示之變數，如果「年齡」是語意式變數的話，那麼此一變數的值就有可能是「年輕」或「年老」。語意式變數的概念是由 Lotfi A. Zadeh 教授在 1975 年首先提出，主要是當傳統的數值概念無法解決複雜問題時，語意式變數可以提供另一類不同的處理思惟。

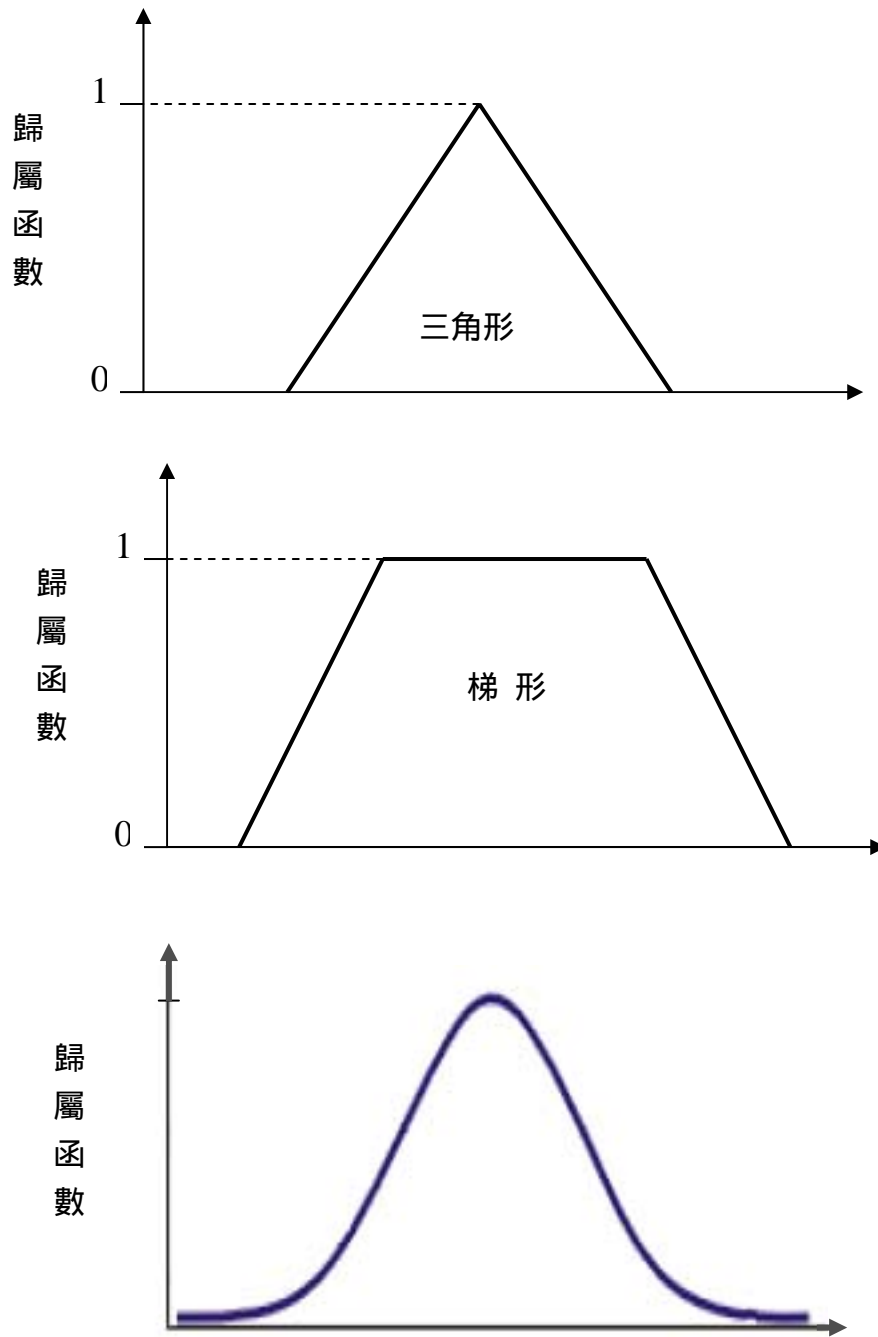
模糊規則，亦可稱為模糊蘊涵(fuzzy implication)。通常以下列方式表示：

If x is A Then y is B

式中 x is A 稱作模糊規則的前件部(antecedent or premise)，y is B 稱作模糊規則的後件部(consequence or conclusion)。以下是簡單的模糊規則例子：

If 室溫很高 Then 開冷氣

If 車速過快 Then 踩煞車



圖二. 歸屬函數型態 (三角形、梯形、高斯)

Figure 2. Type of membership function (triangle、trapezoidal、Gaussian)

4. 模糊推論

模糊推論可以說是模糊邏輯理論的核心，因為人類的思考決策模式可以經由模糊推論之進行，而達到解決問題之目的。模糊推論是依據模糊規則而來，假設有一模糊規則如下：

If x is A Then y is B

如果現在 x is A' ，則依據上述模糊規則，經由模糊推論可以得到 y is B' 之結果。

如果模糊規則有 n 條，例如：

If x is A_1 Then y is B_1

If x is A_2 Then y is B_2

：

：

If x is A_n Then y is B_n

則當 x is A' 時，依據上述模糊規則，經由模糊推論結果可以得到 y is B' 。圖三是模糊推論之圖例。

5. 去模糊化

去模糊化(defuzzification)就是將模糊推論結果，轉換回明確數值得到最後一般數值解答之過程。常用的去模糊化方法有兩種，其數理概念示如圖四。其中一種為最大平均法(mean of maximum, MOM)，僅針對歸屬函數最大值部分，求其平均值，不考慮其他較小值的歸屬函數。另一種為形心法(center of area, COA)，係考量全部的歸屬函數，不論其大小值，求其全部面積之中心。

四、研究案例

1. 研究流程

本研究對於集水區暴雨與逕流關係之分析流程示如圖五，首先蒐集集水區暴雨及逕流觀測資料，蒐集的水文事件限於颱風或豪大雨期間之降雨和逕流，並選用觀測期距為小時之

資料。

再來就是針對各單場暴雨與逕流分別進行迴歸分析，並求得其迴歸方程式。最後將暴雨觀測數據模糊處理，以處理過的暴雨再與逕流迴歸分析，比較前後迴歸相關性之優劣，企圖克服集水區暴雨及逕流之間複雜多變之非線性關係。

2. 水文資料

水文資料選用台灣中部地區烏溪流域，惠蓀雨量站之時雨量觀測數據及南北通橋水位站(集水面積 408 平方公里)之時流量推估數據，惠蓀雨量站及南北通橋水位站在烏溪流域之地理位置示如圖六。由於本研究必須選用暴雨和逕流資料完整者，所以經篩選結果採用自 1991 年至 2002 年，總共 14 場暴雨及逕流紀錄。

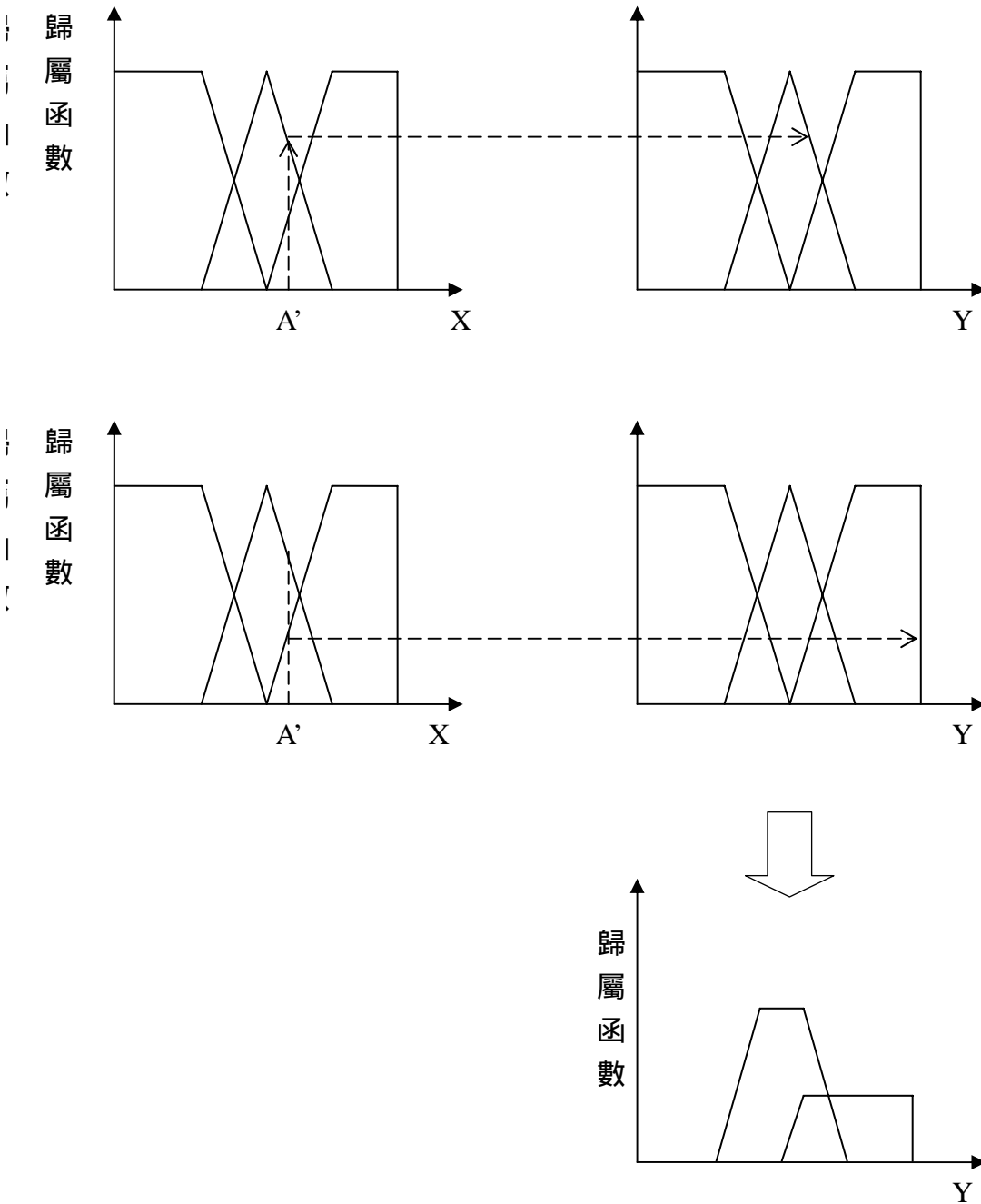
3. 迴歸分析

依照馬可夫鏈(Markov chain)之理論，在集水區逕流之時間序列(time series) $q_t, q_{t-1}, q_{t-2}, \dots$ ，存在遺傳效應(carry over effect)，亦即在 t 時間之逕流量 q_t 會受到以前時間 $t-1, t-2, \dots$ 發生之逕流量 q_{t-1}, q_{t-2}, \dots 的影響。

再者依據集水區逕流單位歷線(unit hydrograph)之理論， q_t 是由以前時間之降雨 r_{t-1}, r_{t-2}, \dots 所造成。而本研究冀望由集水區過去之降雨量，去推算未來之逕流量，所以要先探討 q_t 究竟受到以前多少時間之降雨 r_{t-1}, r_{t-2}, \dots 影響，且各個時間之影響程度為何？

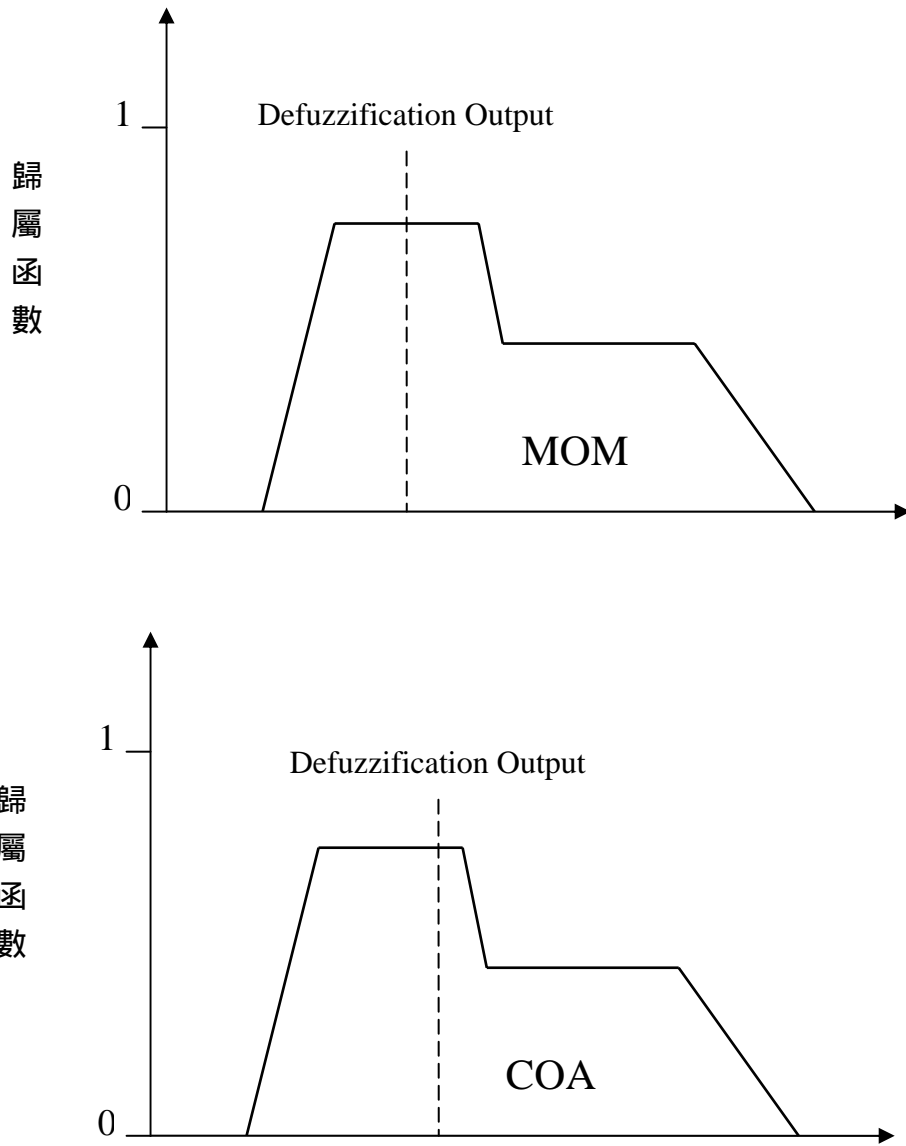
本研究先以多元直線迴歸分析探討集水區暴雨與逕流之關係，迴歸方程式依自變數的個數多寡，列如式(25)所示：

$$\begin{aligned} y &= b_0 + b_1x_1 \\ y &= b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 \\ y &= b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 \end{aligned} \quad (25)$$



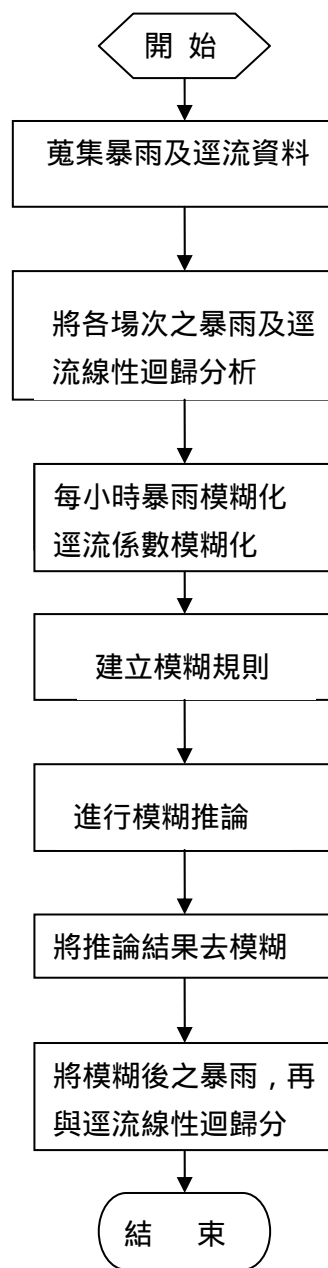
圖三. 模糊推論之圖例

Figure 3. A figure example of fuzzy reasoning.



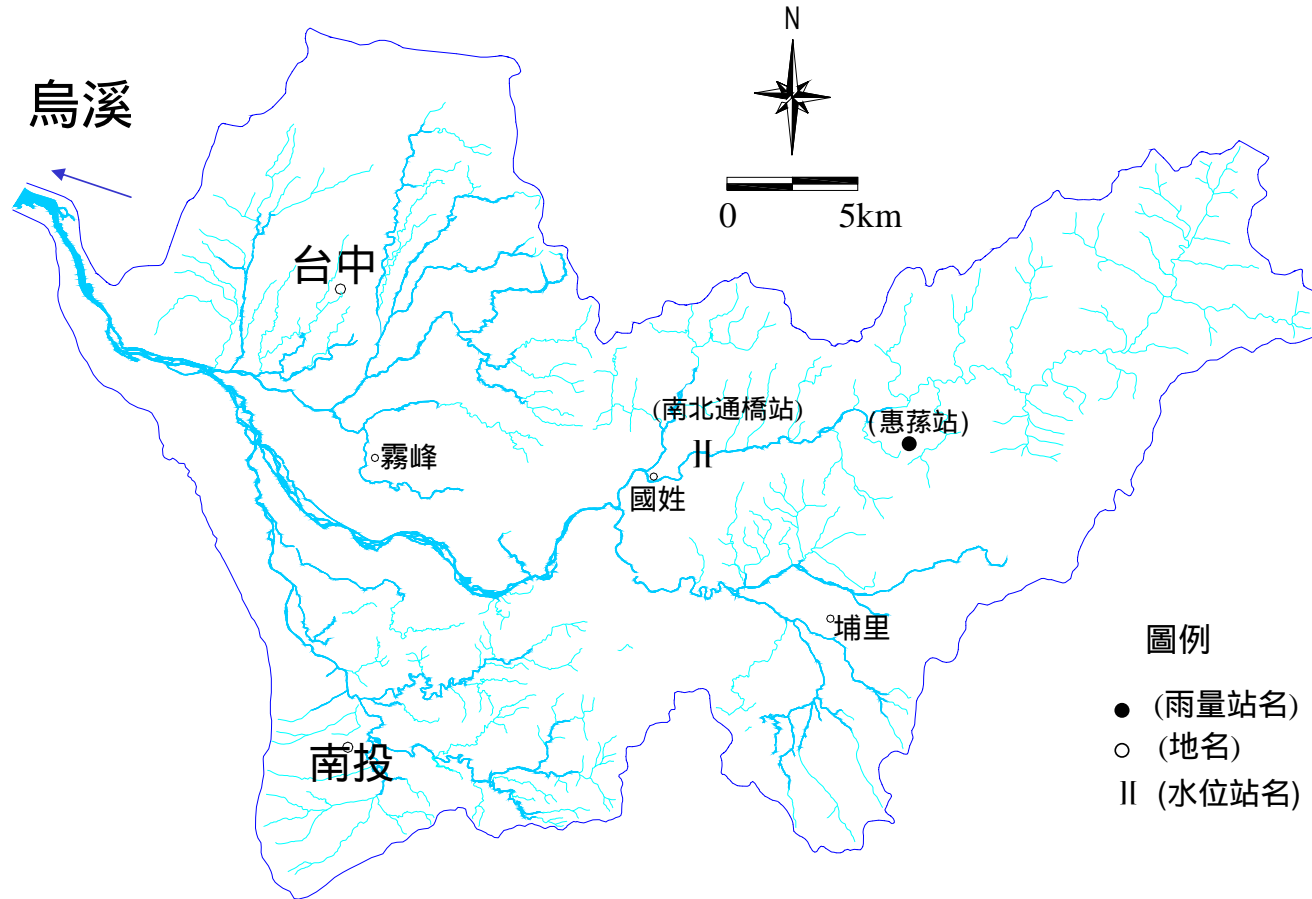
圖四. 去模糊化之方法

Figure 4. Defuzzification methods. (MOM、COA)



圖五. 暴雨及逕流關係研究流程

Figure 5. Flowchart of study for the relationship between rainstorm and runoff.



圖六. 烏溪流域惠蓀雨量站及南北通橋水位站位置圖

Figure 6. Location of Hui-Sun rainfall station and Nan-Bei-Tong Bridge water stage station within Wu River.

式中

$$\begin{aligned} y &= q_t \\ x_1 &= r_{t-9} + r_{t-8} + r_{t-7} \\ x_2 &= r_{t-6} + r_{t-5} + r_{t-4} \\ x_3 &= r_{t-3} + r_{t-2} + r_{t-1} \end{aligned}$$

自變數 x_1 是時間 t 之前, 第 $t-9$ 、 $t-8$ 及 $t-7$ 個小時暴雨量之合計值。自變數 x_2 是時間 t 之前, 第 $t-6$ 、 $t-5$ 及 $t-4$ 個小時暴雨量之合計值。自變數 x_3 是時間 t 之前, 第 $t-3$ 、 $t-2$ 及 $t-1$ 個小時暴雨量之合計值。

迴歸分析結果之複相關係數及偏相關係數示如表一, 由表一可以看出整體而言, 單一自變數(x_1)之迴歸相關性最差, 三個自變數(x_1, x_2, x_3)之迴歸相關性最好, 二個自變數(x_1, x_2)之迴歸相關性居中, 所以本研究最後採用三個自變數之迴歸分析。

三個自變數之迴歸分析結果的 F 統計量計算值及 $F_{0.05}(f_1, f_2)$ 值示如表二, 由表二之數據顯示, 雖然有部分場次暴雨之迴歸結果, 其變數不顯著可予以精簡, 但整體而言仍然可以接受三個自變數 $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$ 之線性迴歸結果。為了進一步處理集水區暴雨及逕流關係, 以減輕非線性對於分析結果之影響, 接著將加入模糊邏輯進行研究。

4. 模糊處理

本研究案例之模糊規則定義如下：

$$\begin{aligned} \text{If 每小時暴雨量多} \\ \quad \text{then 逕流係數大} \\ \text{If 每小時暴雨量適中} \\ \quad \text{then 逕流係數適中} \\ \text{If 每小時暴雨量少} \\ \quad \text{then 逕流係數小} \end{aligned} \quad (26)$$

逕流係數是逕流量與降雨量之比值：

$$C = \frac{Q \times 60 \times 60}{(R \times 10^{-3}) \times (A \times 10^3 \times 10^3)} \quad (27)$$

式中

$$\begin{aligned} C &:\text{逕流係數} \\ Q &:\text{逕流量(cms)} \\ R &:\text{每小時暴雨量(mm/hr)} \\ A &:\text{水位站集水面積(平方公里)} \end{aligned}$$

逕流係數愈大, 表示降雨量到達地面之後, 造成的地表逕流量愈多。逕流係數之數值介於 0 與 1 之間, 若逕流係數等於 0 表示降雨量全部被地上截留、地表滯蓄、地下入滲所吸收, 因此無逕流量產生。若逕流係數等於 1 表示降雨量全部轉換成逕流量, 沒有任何的損失。不過一般而言, 很難發生逕流係數等於 0 或 1 之極端情況。

當每小時暴雨量少時, 暴雨量到達地面之後, 較易受截留及滯蓄之影響, 同時也較有時間入滲到土壤, 所以產生的地表逕流量較少, 亦即逕流係數小。反之若每小時暴雨量多時, 則在相同的時間內, 截留、滯蓄及入滲的損失量較少, 所以逕流量較多, 逕流係數較大。

本研究對於每小時暴雨量及逕流係數之模糊化皆採用三角形歸屬函數, 將 6.5mm 當作「每小時暴雨量多」之起算點, 8.0mm 當作「每小時暴雨量多」之邊界。再以 0.5mm 當作「每小時暴雨量少」之起算點, 0 mm 當作「每小時暴雨量少」之邊界。最後取 0.5mm 與 6.5mm 之平均值 3.5mm 當作「每小時暴雨量適中」之中間值。經模糊化之每小時暴雨量歸屬函數示如圖七。

與上述每小時暴雨量各控制數值相對應之逕流係數, 則將 0.8 當作「逕流係數大」之起算點, 1.0 當作「逕流係數大」之邊界。再以 0.2 當作「逕流係數小」之起算點, 0.0 當作「逕流係數小」之邊界。最後取 0.2 與 0.8 之平均值 0.5 當作「逕流係數適中」之中間值。經模糊化之逕流係數歸屬函數亦示如圖七。

表一. 14 場暴雨及逕流迴歸分析之相關係數

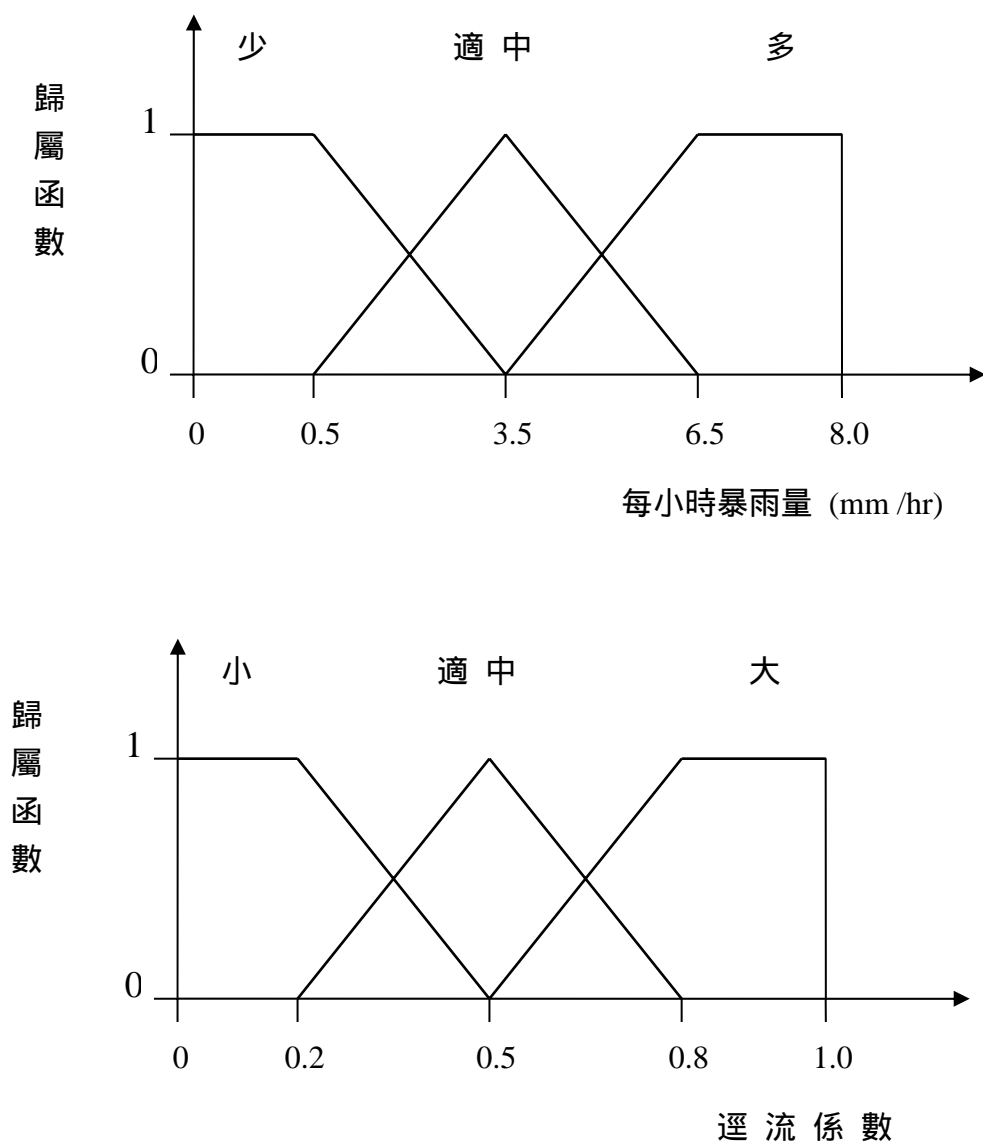
Table 1. Correlation coefficient of regression analysis between rainstorm and runoff for 14 hydrology events.

編號	發生日期	事件名稱	迴歸方程式類型	複相關係數	偏相關係數		
					x_1	x_2	x_3
1	1991 06 23-25	0623 暴雨	$y = b_0 + b_1x_1$	0.322	0.322		
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$	0.745	0.318	0.710	
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$	0.875	0.631	0.783	0.731
2	1992 08 30-31	寶莉 颱風	$y = b_0 + b_1x_1$	0.247	0.349		
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$	0.851	-0.358	0.879	
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$	0.932	0.095	0.817	0.794
3	1993 05 26-28	0526 暴雨	$y = b_0 + b_1x_1$	0.050	0.054		
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$	0.465	0.169	0.437	
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$	0.719	0.535	0.654	0.700
4	1993 06 01-03	0601 暴雨	$y = b_0 + b_1x_1$	0.276	0.025		
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$	0.382	-0.163	0.486	
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$	0.739	-0.266	0.350	0.848
5	1994 05 04-05	0504 暴雨	$y = b_0 + b_1x_1$	0.624	-0.308		
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$	0.510	0.186	0.695	
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$	0.618	0.979	0.991	0.984
6	1994 08 08-10	道格 颱風	$y = b_0 + b_1x_1$	0.456	0.458		
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$	0.753	-0.186	0.750	
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$	0.921	-0.197	0.671	0.896
7	1995 06 08-10	荻安 娜颱風	$y = b_0 + b_1x_1$	0.446	0.446		
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$	0.728	0.600	0.665	
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$	0.761	0.721	0.707	0.625
8	1996 05 07-09	0507 暴雨	$y = b_0 + b_1x_1$	0.356	0.016		
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$	0.495	-0.012	0.374	
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$	0.945	0.350	0.494	0.932
9	1996 07 31-01	賀伯 颱風	$y = b_0 + b_1x_1$	0.530	0.462		
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$	0.700	0.024	0.541	
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$	0.755	0.124	0.168	0.625
10	1997 03 21-23	0321 暴雨	$y = b_0 + b_1x_1$	0.538	0.534		
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$	0.816	0.618	0.736	
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$	0.914	0.813	0.762	0.787
11	1997 05 17-19	0517 暴雨	$y = b_0 + b_1x_1$	0.434	0.448		
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$	0.822	0.414	0.757	
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$	0.883	0.713	0.701	0.740
12	1997 06 09-11	0609 暴雨	$y = b_0 + b_1x_1$	0.163	0.126		
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$	0.583	0.069	0.559	
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$	0.741	0.348	0.450	0.523
13	2001 09 16-18	納莉 颱風	$y = b_0 + b_1x_1$	0.727	0.254		
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$	0.571	0.548	0.298	
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$	0.621	0.748	0.587	0.566
14	2002 07 10-11	娜克 莉颱風	$y = b_0 + b_1x_1$	0.661	-0.072		
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$	0.769	-0.065	-0.016	
			$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$	0.704	0.620	0.671	0.767

表二. 迴歸方程式 $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$ 之 F 統計檢定
 Table 2. F- test for regression equation $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$.

編號	發生日期	事件名稱	項目	全部自變數	單一自變數		
					x_1	x_2	x_3
1	1991 06 23-25	0623 暴雨	相關係數	0.875	0.631	0.783	0.731
			F 統計量	30.536	16.426	39.211	28.407
			$F_{0.05}(f_1, f_2)$	2.95	4.20	4.20	4.20
2	1992 08 30-31	寶莉 颱風	相關係數	0.932	0.095	0.817	0.794
			F 統計量	41.950	0.035*	28.882	19.284
			$F_{0.05}(f_1, f_2)$	3.13	4.38	4.38	4.38
3	1993 05 26-28	0526 暴雨	相關係數	0.719	0.535	0.654	0.700
			F 統計量	10.725	9.321	17.422	22.310
			$F_{0.05}(f_1, f_2)$	2.92	4.17	4.17	4.17
4	1993 06 01-03	0601 暴雨	相關係數	0.739	-0.266	0.350	0.848
			F 統計量	8.043	1.706*	3.059*	16.350
			$F_{0.05}(f_1, f_2)$	3.10	4.35	4.35	4.35
5	1994 05 04-05	0504 暴雨	相關係數	0.618	0.979	0.991	0.984
			F 統計量	1.442*	5.546*	11.124	28.777
			$F_{0.05}(f_1, f_2)$	4.35	5.59	5.59	5.59
6	1994 08 08-10	道格 颱風	相關係數	0.921	-0.197	0.671	0.896
			F 統計量	44.710	0.132*	10.956	46.266
			$F_{0.05}(f_1, f_2)$	3.01	4.26	4.26	4.26
7	1995 06 08-10	荻安 娜颱風	相關係數	0.761	0.721	0.707	0.625
			F 統計量	18.749	26.938	24.892	15.937
			$F_{0.05}(f_1, f_2)$	2.84	4.08	4.08	4.08
8	1996 05 07-09	0507 暴雨	相關係數	0.945	0.350	0.494	0.932
			F 統計量	58.971	4.534	11.347	148.866
			$F_{0.05}(f_1, f_2)$	3.07	4.32	4.32	4.32
9	1996 07 31-01	賀伯 颱風	相關係數	0.755	0.124	0.168	0.625
			F 統計量	12.359	0.830*	0.556*	13.411
			$F_{0.05}(f_1, f_2)$	2.95	4.20	4.20	4.20
10	1997 03 21-23	0321 暴雨	相關係數	0.914	0.813	0.762	0.787
			F 統計量	69.040	55.137	39.070	45.993
			$F_{0.05}(f_1, f_2)$	2.84	4.08	4.08	4.08
11	1997 05 17-19	0517 暴雨	相關係數	0.883	0.713	0.701	0.740
			F 統計量	39.057	22.101	22.016	23.453
			$F_{0.05}(f_1, f_2)$	2.89	4.14	4.14	4.14
12	1997 06 09-11	0609 暴雨	相關係數	0.741	0.348	0.450	0.523
			F 統計量	14.655	6.547	9.488	15.503
			$F_{0.05}(f_1, f_2)$	2.86	4.11	4.11	4.11
13	2001 09 16-18	納莉 颱風	相關係數	0.621	0.748	0.587	0.566
			F 統計量	4.815	39.215	2.342*	0.587*
			$F_{0.05}(f_1, f_2)$	3.03	4.28	4.28	4.28
14	2002 07 10-11	娜克 莉颱風	相關係數	0.704	0.620	0.671	0.767
			F 統計量	3.939	0.602*	1.886*	8.850
			$F_{0.05}(f_1, f_2)$	3.49	4.75	4.75	4.75

註：有*記號者代表不顯著。



圖七. 每小時暴雨量及逕流係數歸屬函數

Figure 7. Membership function of per hour rainstorm and runoff coefficient.

表三. 兩種暴雨數據分別與逕流之迴歸分析相關係數比較表

Table 3. Comparison for correlation coefficient from two kind of rainstorm (observed and fuzzed) and runoff data.

編號	發生日期	事件名稱	迴歸方程式 $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$	複相關係數	偏相關係數		
					x_1	x_2	x_3
1	1991 06 23-25	0623 暴雨	原觀測數據之暴雨	0.875	0.631	0.783	0.731
			經模糊處理之暴雨	0.790	0.531	0.730	0.660
2	1992 08 30-31	寶莉 颱風	原觀測數據之暴雨	0.932	0.095	0.817	0.794
			經模糊處理之暴雨	0.869	0.374	0.837	0.735
3	1993 05 26-28	0526 暴雨	原觀測數據之暴雨	0.719	0.535	0.654	0.700
			經模糊處理之暴雨	0.868	0.658	0.794	0.816
4	1993 06 01-03	0601 暴雨	原觀測數據之暴雨	0.739	-0.266	0.350	0.848
			經模糊處理之暴雨	0.848	-0.386	0.249	0.785
5	1994 05 04-05	0504 暴雨	原觀測數據之暴雨	0.618	0.979	0.991	0.984
			經模糊處理之暴雨	0.955	0.971	0.984	0.969
6	1994 08 08-10	道格 颱風	原觀測數據之暴雨	0.921	-0.197	0.671	0.896
			經模糊處理之暴雨	0.964	-0.061	0.737	0.939
7	1995 06 08-10	荻安 娜 颱風	原觀測數據之暴雨	0.761	0.721	0.707	0.625
			經模糊處理之暴雨	0.846	0.804	0.851	0.813
8	1996 05 07-09	0507 暴雨	原觀測數據之暴雨	0.945	0.350	0.494	0.932
			經模糊處理之暴雨	0.937	0.190	0.584	0.902
9	1996 07 31-01	賀伯 颱風	原觀測數據之暴雨	0.755	0.124	0.168	0.625
			經模糊處理之暴雨	0.790	0.130	0.309	0.747
10	1997 03 21-23	0321 暴雨	原觀測數據之暴雨	0.914	0.813	0.762	0.787
			經模糊處理之暴雨	0.939	0.780	0.837	0.793
11	1997 05 17-19	0517 暴雨	原觀測數據之暴雨	0.883	0.713	0.701	0.740
			經模糊處理之暴雨	0.960	0.857	0.876	0.894
12	1997 06 09-11	0609 暴雨	原觀測數據之暴雨	0.741	0.348	0.450	0.523
			經模糊處理之暴雨	0.701	0.303	0.448	0.503
13	2001 09 16-18	納莉 颱風	原觀測數據之暴雨	0.621	0.748	0.587	0.566
			經模糊處理之暴雨	0.589	0.551	0.330	0.317
14	2002 07 10-11	娜克 莉 颱風	原觀測數據之暴雨	0.704	0.620	0.671	0.767
			經模糊處理之暴雨	0.737	0.430	0.459	0.541

將本研究案例 14 場水文事件之每小時暴雨量，經由模糊化之每小時暴雨量歸屬函數，依據前述模糊規則，推論求得模糊化之逕流係數，經去模糊化後（本研究案例採用形心法 COA），可以得到一般數值的逕流係數。再將此逕流係數乘以原來的每小時觀測暴雨量，可以得到經過模糊處理後之每小時暴雨量。

5. 研究結果

重新將本研究案例 14 場水文事件之逕流量與經過模糊處理後之暴雨量迴歸分析，得到新的迴歸方程式，其相關係數包括複相關係數及偏相關係數，如表三所示。再與原觀測暴雨數據所得迴歸方程式之相關係數並列比較於表三。由表三顯示第 3、4、5、6、7、9、10、11、14 等九場暴雨經過模糊處理後的迴歸相關性較原觀測數據為佳，尤以第 5 場暴雨最為明顯。第 1、2、12、13 等四場暴雨經過模糊處理後的迴歸相關性反而變差，惟變差的幅度不大。第 8 場暴雨經過模糊處理後的迴歸相關性與原來的比較幾乎沒有差異。

五、結語

1. 由本研究結果顯示集水區暴雨及逕流之關係，初步可應用多元線性迴歸分析詮釋之，亦即當下的逕流是由之前的暴雨所造成，可以從過去已知的暴雨量推算未來的逕流量。如果暴雨量再經過模糊處理，則其與逕流之迴歸分析結果更佳。
2. 為了集水區防災需要，從集水區已經降下的暴雨，去推估計集水區出口的逕流，在方法論與實務上是有研究的必要。因為集水區降雨與逕流關係之機制非常複雜，影響因子相當多，不是單一數理方法可以涵蓋，所以值得納入各種可能的分析工具繼續研究（如本研究嘗試應用模糊邏輯之觀念）。

3. 在每小時暴雨量與逕流係數之模糊化過程中，如何決定歸屬函數 x 軸上之控制點數值，本研究係參考這 14 場暴雨，各單場之逕流係數，及各場次內每小時暴雨與逕流之大略趨勢，並以試誤法 (trial and error) 決定之。由於模糊化是研究的重點，也是研究增益的可能來源，未來將針對這部分再予加強

參考文獻

1. 羅積玉編著 (1990) 「多元統計分析方法與應用」，科技圖書股份有限公司，pp. 7-21.
2. 蘇木春、張孝德編著 (1997) 「機器學習：類神經網路、模糊系統以及基因演算法則」，全華科技圖書股份有限公司，pp.6-1~8-32 .
3. 陳耀茂譯 (2000) 「模糊理論」，五南圖書出版有限公司，pp.89-115.
4. Ozelkan, Ertunga C., and Lucien Duckstein (2001) “ *Fuzzy conceptual rainfall-runoff models* ”, *Journal of Hydrology*, 253 : 41-68.
5. Pongracz, R., I. Bogardi, and L. Duckstein (1999) “*Application of fuzzy rule-based modeling technique to regional drought*”, *Journal of Hydrology*, 224 : 100-114.
6. Yen, John, and Reza Langari (1999) “*FUZZY LOGIC*”, Prentice-Hall, Inc., p p.21-55.

93 年 11 月 15 日 收稿
93 年 12 月 09 日 修改
93 年 12 月 17 日 接受

水土保持學報 36(4) : 345-364 (2004)

Journal of Soil and Water Conservation, 36(4) : 345-364 (2004)