

水庫優養化時間數列模式分析之比較研究

陳鴻烈⁽¹⁾ 梁家柱⁽²⁾ 羅惠芬⁽³⁾ 鄭慧玲⁽⁴⁾

摘要

本研究之目的在於比較相加性與相乘性季節變動模式在水庫優養化時間數列分析上之優劣，除比較兩模式中各相同因子的性質外，並進行模式擬合之比較。研究結果顯示，兩模式經總變異統計方法統一單位後，利用敘述統計和 t-test 進行比較驗證，發現兩模式中之共同因子——長期趨勢 (T)、季節變動 (S)，及循環變動 (C) 都具有相同的性質與變化情形。至於在模式擬合方面，結果則顯示相乘性模式的誤差平方和 (= 4392.821) 較相加性模式 (= 4520.047) 為低，為較精確之模式，但二者間的差異並不大，均能有效的描述德基水庫之優養化趨勢。

(**關鍵詞**：相加性季節變動模式、相乘性季節變動模式、德基水庫、優養化、時間數列)

Comparisons between Additive and Multiplicative Decomposition Method on the Trophic Status in Te-Chi Reservoir

Paris Honglay Chen

Professor, Department of Soil and Water Conservation,
National Chung-Hsing University, Taichung, Taiwan

Ka-Chu Leung

Engineer, Kang-Chi Engineering Consultants
Corporation, LTD., Taichung, Taiwan

Hui-Fen Lo, Christina Huiling Jenq

Graduate Student and Research Assistant respectively,
Department of Soil and Water Conservation,
National Chung-Hsing University, Taichung, Taiwan

(1) 國立中興大學水土保持學系教授

(2) 康技技術顧問股份有限公司工程師

(3) 國立中興大學水土保持學系碩士班研究生

(4) 國立中興大學水土保持學系助理

ABSTRACT

The study was to compare the suitability of additive and multiplicative decomposition method for time series analysis of eutrophication in Te-Chi reservoir. Besides the comparisons of same factors between two models, the precisions for forecast abilities of models were also examined. The statistical data and t-test indicated that trend (T), seasonal (S), and cyclical (C) change of two models had same property and variation after standardization in units. As for forecast ability, sum of square due to error (SSE) of multiplicative model (= 4392.821) was lower than that of additive model (= 4520.047), i.e., multiplicative model could forecast eutrophication more precise. But the differences between two models were negligible. Consequently, both multiplicative and additive model could forecast eutrophication trend in Te-Chi reservoir efficiently.

(Keyword : Additive decomposition method, Multiplicative decomposition method, Te-Chi reservoir, Eutrophication, Time series, Forecast)

前 言

近年來台灣地區水源污染問題日益嚴重，而大甲溪上游的德基水庫亦因農業生產濫用農藥、肥料，加上畜牧廢水、家庭污水的任意排入，其水質已呈優養化之趨勢（陳，1997b）。為了探討德基水庫水質優養化情形，先前我們已利用相加性（陳，1999）與相乘性（陳，1998b）季節變動模式做過一番研究，並分別預測德基水庫水質優養化程度。然因時間數列在理論上相當複雜，且其分析方法都非常主觀，而預測結果也多半沒有附加可信賴程度之解說（林，1992），基於此種原因，本研究之目的期能將相加性與相乘性季節變動模式作出比較，用以瞭解那一種分析方法較適合德基水庫水質優養化之探討。研究分兩部分進行：(1)比較兩種模式各相同因子間的性質與變化情形；(2)比較兩種模式用來描述德基水庫水質之優養化趨勢。

在第一部分研究中，我們發現相加性與相乘性季節變動模式雖然都是由長期趨

勢（T）、季節變動（S）、循環變動（C），及不規則變動（I）四種因子所構成，但在兩種模式中各因子的單位並不一致，故無法直接進行比較。為了能作出兩模式中各相同因子間之性質與變化情形的比較，必須先將其單位統一，因此，我們利用變異量方法來表示觀察值間的變異程度，用以標準化（standardization）兩模式中各因子之觀察值的單位。

至於在第二部分的研究中，為瞭解相加性與相乘性季節變動模式描述德基水庫水質優養化之適用性，故必須研判兩模式的精確度。檢驗精確度的方法有很多種，如吳（1995）在時間數列分析導論中使用的平均誤差法、王等（1996）比較台北市短延時與長延時降雨預測方法中使用的卡方檢定法、李等（1996）在雷達與地面雨量計觀察資料整合方法之比較中使用的估計誤差變異數法、Bhangu 等（1997）研究 Skeena 河川水質之季節變動與長期趨勢中使用的 sign test，及郭（1998）在烏溪河川水質水量相關性時序分析研究中使用的誤

差平方和等，其他尚有相關係數、變異係數、.....等方法。在上述眾多方法中，我們將採用誤差平方和方法來進行兩模式擬合之比較，此乃因本研究採用的兩種模式均為擬合每月的值而設立。然近年來台電公司計畫有所改變，其採樣時間由每月一次改為每季一次，在此情況下，我們無法知道其他月份的水質資料，因此，上述方法中除了 sign test 外，其餘需要連續相距數據的方法均無法使用；然 sign test 雖為一種無母數方法，但因數據缺失太多，在此亦不適用。最後，因誤差平方和方法只需相對應於有實測值的月份算出其模式值，再將兩值相減求得殘差值，即可進行兩模式擬合之比較，故被我們所採用。

理論分析

本研究主要討論傳統的時間數列，其分析方法認為任一觀察值是由以下所構成(陳, 1997a)：

- (1) 長期趨勢：來敘述長期間之成長或衰退。此乃一段較長時期變動之基本傾向，包括變動的方向與強度。
- (2) 季節變動：來說明在特定期間內發生有規則的變動，通常指一年以內週期性之變動。
- (3) 循環變動：乃指一年以上之週期變動，週期長短不一致，每呈不規則狀態。
- (4) 不規則變動：乃指一種屬於隨機或不可預期之變動，亦為一種偶然性之意外變動。

若以 T、S、C、I 四個字每依次代表長期趨勢、季節變動、循環變動、不規則變動，以 Y 代表時間數列之營養指標值 (TSI)，則 $Y=T+S+C+I$ 為加法模式， $Y=T \times S \times C \times I$ 為相乘模式。

一、變異值之標準化

為了統一兩個模式單位的問題，我們將各因子利用變異比重的方法使其單位標準化，使能更清楚的表示兩模式間的差異，其理論如下：

變異 (variation) 是每一筆資料與中心點 \bar{x} 差距的平方和 (陳,1998a)，以 S_{xx} 表示，即

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

而變異數 S^2 (variance) 是變異的平均，n 為觀察值數目，即

$$S^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 / (n-1)$$

最後，我們利用個別變異量與總變異量相除，分子與分母的單位相約掉，使其單位標準化，即：

$$St(S_i) = \frac{(x - \bar{x})^2 / (n-1)}{\sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^2 / (n-1)}$$

二、誤差平方和

評估模式擬合結果的好壞，最常用的方法是誤差平方和，其值代表模式的精確度。

觀察值 y_i 與預測值 \bar{y}_i 之差距稱為殘差值以 e_i 表示，即

$$e_i = y_i - \bar{y}_i$$

所有殘差 e_i 的平方和 (sum of square due to error)，以 SSE 表示，即

$$SSE = \sum_{i=1}^n e_i^2$$

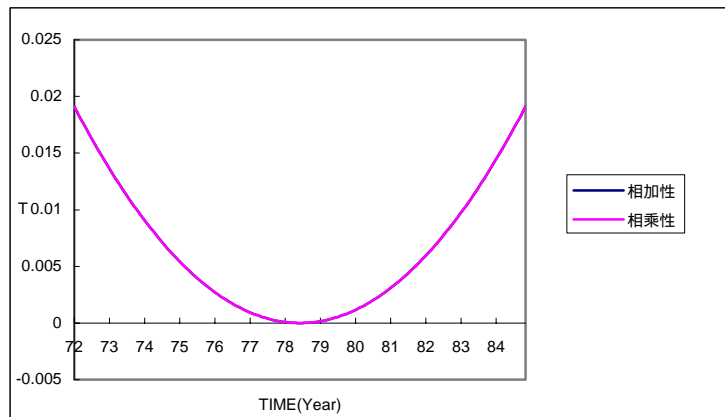


圖 1. 相加性與相乘性模式中 T 的比較

Figure 1. Comparison of T value between additive and multiplicative model.

研究步驟

本研究之目的期能將相加性與相乘性季節變動模式作出比較，用以瞭解那一種分析方法較適合德基水庫水質優養化之探討。研究分兩部分進行：

一、兩模式各因子的比較

為了比較兩種模式各相同因子間的性質與變化情形，必須先將兩種模式中各因子的單位統一，亦即利用變異量方法——個別變異量與總變異量相除，以求出各因子的變異比重，然後再使用 SAS 系統(彭，1998)進行敘述統計與 t-test，利用 t-test 之雙尾測驗來比較兩模式間的差異。

二、兩模式擬合之比較

兩模式擬合之目的，乃在於瞭解模式值與觀測值相差的程度(林，1992)。本研究為了比較此兩種模式，必須完成下列步驟：

- (1) 收集過去德基水庫水質資料。
- (2) 從過去的水質資料分析時間數列中所含的四種成分，即長期趨勢、季節變

動、循環變動，及不規則變動，並盡可能除去後三種成分，以求出時間數列的長期趨勢。

- (3) 分別算出兩模式長期趨勢的模式值，再以季節變動因素修正之，求得含有循環變動及不規則變動誤差之每月模式值。
- (4) 最後，利用模式誤差平方和方法計算誤差，其值越低代表模式愈正確。

結果與討論

一、兩模式各因子的比較

(一) 長期趨勢 T 之比較

從圖 1、表 1 和表 2 中可以看出，相加性與相乘性模式統一單位後的 T 值之標準誤差都比統一前來得小，而偏態方面則比之前大。在 t-test 中，t 值為 6.91×10^{-7} ，在顯著水準 0.05 的情況下，t 值小於臨界值 1.967746，因此，可以視兩種模式的 T 值為同一性質。

(二) 季節變動 S 之比較

從圖 2 中我們看出除了二月份的 S 值有明顯差異外，其餘月份都十分接近。由表 3 的統計數字顯示，單位統一前兩模式

表 1. 原數據 T 值之比較

Table 1. Comparison of T for original value.

原數據	相加性 T	相乘性 T
變異數	0.2949663	0.2463754
平均數	58.148873	57.395006
標準誤	0.2949663	0.2463754
中位數	58.14888	57.38235
標準誤差	4.1295285	3.4492549
峰 度	-1.200008	-1.195623
偏 態	-9.05×10^{-6}	1.03×10^{-2}
95%信賴區間	0.5817334	0.4859022

表 3. 原數據 S 值之比較

Table 3. Comparison of S for original value.

原數據	相加性 S	相乘性 S
變異數	121.467289	0.043992
平均數	-0.0002167	0.9999167
標準誤	3.18155215	0.06054706
中位數	3.969	1.072
標準誤差	11.0212199	0.2097412
峰 度	-0.3334909	0.1591125
偏 態	-0.9592702	-1.0731539
95%信賴區間	7.00255262	0.13326325

表 2. 標準化後 T 值之比較

Table 2. Comparison of T after standardization.

Variance	相加性 T	相乘性 T
變異數	3.35×10^{-5}	3.35×10^{-5}
平均數	0.006452	0.006452
標準誤	0.000465	0.000465
中位數	0.004902	0.004902
標準誤差	0.005789	0.005789
峰 度	-0.84682	-0.84682
偏 態	0.644774	0.644774
95%信賴區間	0.000919	0.000919

表 4. 標準化後 S 值之比較

Table 4. Comparison of S value after standardization.

Variance	相加性 S	相乘性 S
變異數	0.010065	0.012217
平均數	0.083333	0.083333
標準誤	0.028961	0.031908
中位數	0.06026	0.05156
標準誤差	0.100325	0.110532
峰 度	3.504725	5.690291
偏 態	1.979593	2.339835
95%信賴區間	0.063743	0.070229

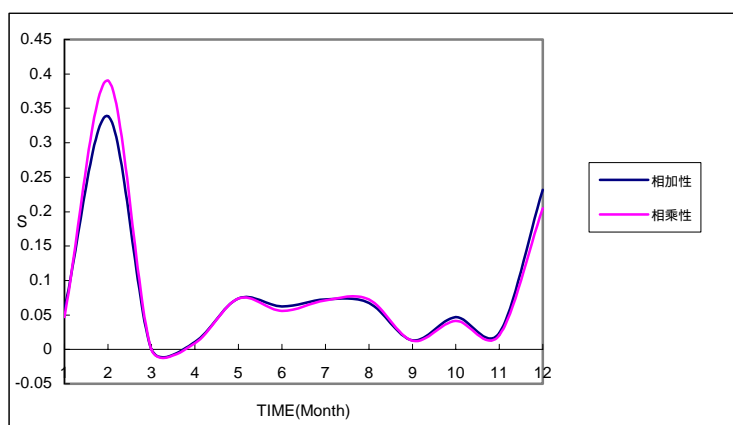


圖 2. 相加性與相乘性模式中 S 的比較

Figure 2. Comparison of S value between additive and multiplicative model.

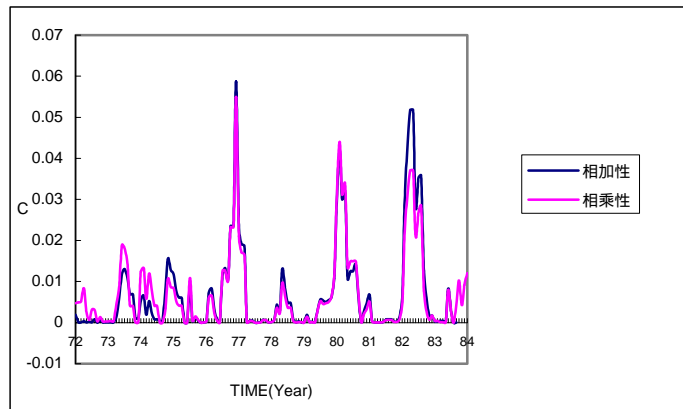


圖 3. 相加性與相乘性模式中 C 的比較

Figure 3. Comparison of C value between additive and multiplicative model.

表 5. 原數據 C 值之比較

Table 5. Comparison of C for original value.

原數據	相加性 C	相乘性 C
變異數	25.91318	0.00756
平均數	0.077459	0.996085
標準誤	0.428697	0.007324
中位數	-0.022	0.998
標準誤差	5.090499	0.086972
峰度	0.662684	0.148262
偏態	-0.52683	-0.19987
95%信賴區間	0.847558	0.014481

表 6. 標準化後 C 值之比較

Table 6. Comparison of C value after Standardization.

Variance	相加性 C	相乘性 C
變異數	0.0001	0.0001
平均數	0.007092	0.006839
標準誤	0.000966	0.000843
中位數	0.00176	0.00315
標準誤差	0.01147	0.01001
峰度	6.160598	5.393246
偏態	2.443614	2.218598
95%信賴區間	0.0191	0.0017

的變異數、平均數、標準誤差等都有很大的差異，然經單位統一後（表 4），只有峰度和偏態是以相加性的值較低，這兩個形狀統計量都說明兩模式的 S 值都比常態高峻，屬於高峻峰。t 值為 -0.02153，在 0.05 顯著水準下亦是小於臨界值 2.085962，因此我們可以視兩模式的 S 值為相等。

(三) 循環變動 C 之比較

由圖 3 中可看出相加性模式在民國 83 年與相乘性模式有差異外，其他年份亦是非常接近。C 值與 S 值類似，在單位統一前（表 5），兩模式的變異數、平均數、標準誤差等都有很大的差異。經單位統一

後，表 6 顯示標準誤差以相乘性較低。在 t-test 測試下，t 值為 0.212963，小於雙尾臨界值的 1.968533，故可視兩模式的循環變動因子性質相同。

二、模式擬合之比較

本研究進行模式擬合的時間為民國 85 年 1 月至民國 87 年 12 月間，首先以表 7 整理此時段之觀測值（德，1997~1999）與相加性和相乘性模式之預測值，然後計算此一時期內之預測誤差，結果顯示相加性誤差平方和為 4520.047，而相乘性模式為 4392.821。因誤差平方和越低表示模式的擬合越理想，由此可見相乘性模式之擬

表 7. 相加性與相乘性模式值

Table 7. Model value of additive and multiplicative decomposition method.

年	月	觀測值	相加性 T 值	相加性 S 值	相加性 模式值	相乘性 T 值	相乘性 S 值	相乘性 模式值
85	1	50.296	62.408	-8.821	53.587	60.922	0.854	52.027
85	2	—	62.480	-21.269	41.211	60.982	0.564	34.394
85	3	70.679	62.553	-0.922	61.631	61.043	0.986	60.188
85	4	—	62.626	3.784	66.410	61.103	1.065	65.075
85	5	64.136	62.699	9.930	72.629	61.164	1.189	72.724
85	6	—	62.772	9.123	71.895	61.224	1.164	71.265
85	7	58.943	62.844	9.855	72.699	61.285	1.185	72.622
85	8	—	62.917	9.496	72.413	61.345	1.187	72.817
85	9	68.663	62.990	4.154	67.144	61.406	1.079	66.257
85	10	—	63.063	7.913	70.976	61.466	1.142	70.194
85	11	54.744	63.136	-5.639	57.497	61.527	0.900	55.374
85	12	—	63.208	-17.607	45.602	61.587	0.684	42.126
86	1	65.026	63.281	-8.821	54.460	61.648	0.854	52.647
86	2	—	63.354	-21.269	42.085	61.708	0.564	34.803
86	3	65.110	63.427	-0.922	62.505	61.769	0.986	60.904
86	4	—	63.500	3.784	67.284	61.829	1.065	65.848
86	5	58.817	63.572	9.930	73.502	61.890	1.189	73.587
86	6	—	63.645	9.123	72.768	61.950	1.164	72.110
86	7	53.478	63.718	9.855	73.573	62.011	1.185	73.483
86	8	—	63.791	9.496	73.287	62.071	1.187	73.678
86	9	—	63.864	4.154	68.018	62.132	1.079	67.040
86	10	—	63.936	7.913	71.849	62.192	1.142	71.023
86	11	53.375	64.009	-5.639	58.370	62.253	0.900	56.027
86	12	—	64.082	-17.607	46.475	62.313	0.684	42.622
87	1	29.009	64.155	-8.821	55.334	62.374	0.854	53.267
87	2	—	64.228	-21.269	42.959	62.434	0.564	35.213
87	3	—	64.300	-0.922	63.378	62.495	0.986	61.620
87	4	—	64.373	3.784	68.157	62.555	1.065	66.621
87	5	56.055	64.446	9.930	74.376	62.616	1.189	74.450
87	6	—	64.519	9.123	73.642	62.676	1.164	72.955
87	7	—	64.592	9.855	74.447	62.737	1.185	74.343
87	8	48.577	64.664	9.496	74.160	62.797	1.187	74.540
87	9	—	64.737	4.154	68.891	62.858	1.079	67.823
87	10	—	64.810	7.913	72.723	62.918	1.142	71.852
87	11	44.483	64.883	-5.639	59.244	62.979	0.900	56.681
87	12	—	64.956	-17.607	47.349	63.039	0.684	43.119
88	1	47.809	65.028	-8.821	56.207	63.100	0.854	53.887
88	2	—	65.101	-21.269	43.832	63.160	0.564	35.622
88	3	—	65.174	-0.922	64.252	63.221	0.986	62.336
88	4	—	65.247	3.784	69.031	63.281	1.065	67.394
88	5	37.501	65.320	9.930	75.250	63.342	1.189	75.313

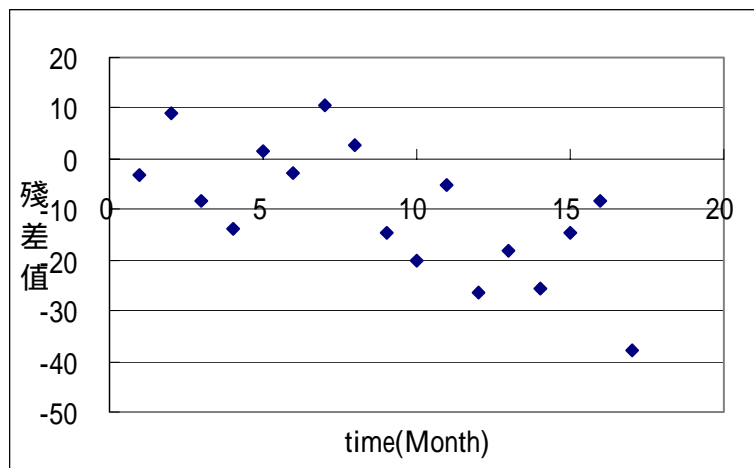


圖 4. 相加性模式之殘差圖
Figure 4. Residual plot of additive model.

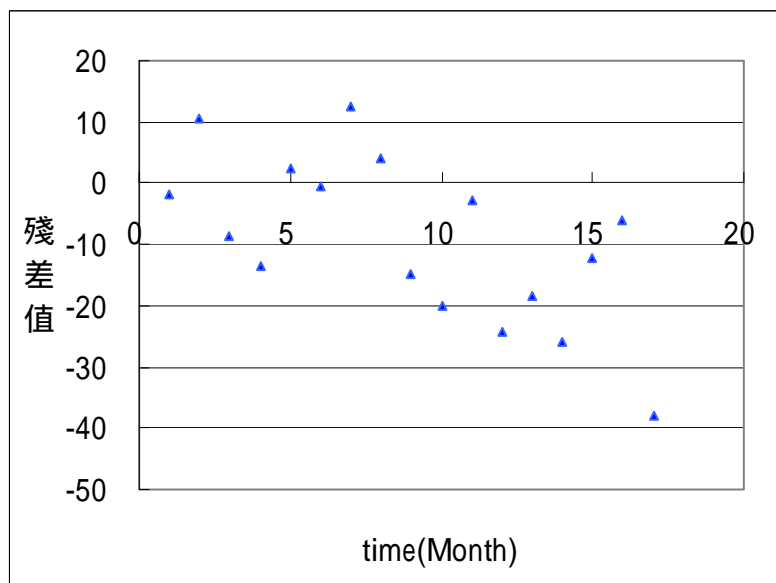


圖 5. 相乘性模式之殘差圖
Figure 5. Residual plot of multiplicative model.

合結果較相加性模式為精確，但其差異並不大。

要評估模式擬合的好壞，最常用的方法是繪製殘差圖 (residual plot)。所謂“殘差圖”就是殘差值對模式變數的散佈圖，殘差圖愈亂表示模式擬合的愈好 (Thomas, 1977)。

圖 4 和圖 5 分別為相加性與相乘性模式之殘差圖，從圖中可看出殘差值有向下降的趨勢，原因是模式值只計算 T 和 S 值，忽略 C 值之考慮，所以殘差圖仍有下降趨勢存在。因考慮 C 值的擬合模式現在仍缺乏數學之模擬技術，故留待日後探討。

結 論

由本研究比較結果得知，相乘性模式較相加性模式更為精確，但其差異並不大。原因是兩種模式中之各因子性質都非常接近，尤其是以長期趨勢更能清楚顯示為相同性質。所以本研究發現相加性與相乘性季節變動模式都能有效的描述德基水庫水質之優養化情形，藉此能有計劃的預防水庫之優養化，提高水庫的使用壽命。

參考資料

1. 王為銘、蔡西銘、賴信達 (1996)「台北市短廷時與長廷時降雨預測方法之比較」，第八屆水利工程研討會論文集。
2. 林茂文 (1992)「時間數列分析與預測」，華泰書局，台北。
3. 李天浩、黃琮逢 (1996)「雷達與地面雨量計觀察資料整合方法之比較」，第八屆水利工程研討會論文集。
4. 吳柏林 (1995)「時間數列分析導論」，華泰書局，台北。
5. 陳順宇、鄭碧娥 (1998a)「統計學」，

- 華泰書局，台北。
6. 陳登源等 (1997a)「管理數學」，國立空中大學印行，台灣。
7. 陳鴻烈 (1997b)「臺中縣政府大甲溪及德基水庫水質監測研究方案」，期末報告，台中縣環境保護局。
8. 陳鴻烈、鄭慧玲 (1998b)「水庫優養化之時間數列分析研究」，水土保持學報，第三十卷，第四期，第 331~337 頁。
9. 陳鴻烈、梁家柱、王久泰、鄭慧玲 (1999)「利用相加性季節變動模式之德基水庫優養化時間數列分析」，水土保持學報，第三十一卷，第四期，第 331~337 頁。
10. 郭叔隆 (1998)「烏溪河川水質水量相關性時序分析」，逢甲大學土木及水利工程研究所碩士論文。
11. 彭昭英 (1998)「SAS 與統計分析」，儒林出版社，台北。
12. 德基水庫集水區管理委員會、水資會 (1997)「德基水庫集水區第三期整體治理規劃水質監測及管理模式研究第五年 (86 年度) 工作報告」，25-資-07-05。
13. 德基水庫集水區管理委員會、水資會 (1998)「德基水庫集水區第三期整體治理規劃水質監測及管理模式研究第六年 (87 年度) 工作報告」，25-資-07-06。
14. 德基水庫集水區管理委員會、水資會 (1999)「德基水庫集水區第三期整體治理規劃水質監測及管理模式研究第七年 (88 年度) 工作報告」，25-資-07-07。
15. Bhangu, I. and P. H. Whitfield (1997)“Seasonal and Long-term Variations in Water Quality of the Skeena River at USK, British Columbia”, Water Research,

- Vol.31, No.9, pp.2187~2194.
16. Thomas, H. W. and R. J. Wonnacott (1977)

Introductory Statistics for Business and Economics, John Wiley & Son, New York.

93年05月17日 收稿

93年05月31日 修改

93年06月12日 接受